

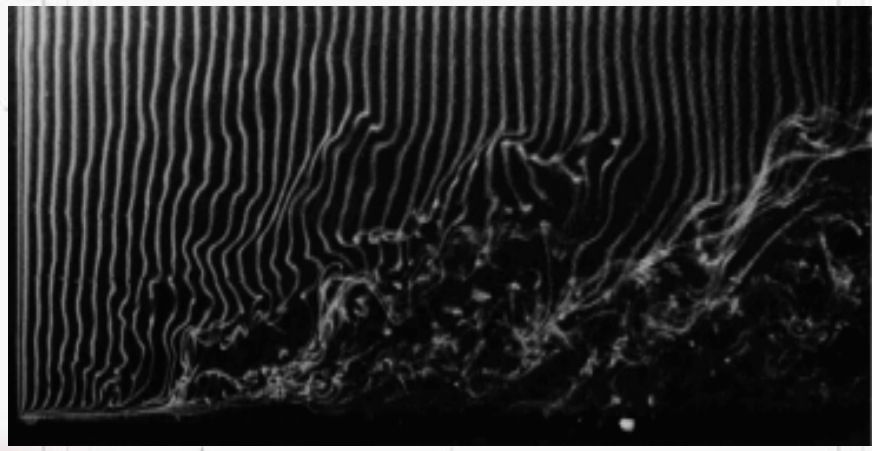
乱流セミナー

- PART1 乱流の基礎理論 -乱流現象
- PART2 乱流の基礎理論 -レイノルズ平均モデル
- PART3 乱流の基礎理論 -空間平均モデル
- PART4 Fluent6.2の標準機能
- PART5 解析事例紹介



PART 1

乱流の基礎理論 (乱流現象)



FLUENT

The Right Answer in CFD

内 容

- 乱流現象の主な特徴
- 代表的な乱流場
 - 一様等方性乱流
 - 自由せん断乱流
 - 壁面せん断乱流
- 乱流の普遍法則
 - Kolmogorovの相似則
 - 対数則(壁法則)
- 乱流の数値解析
- まとめ

乱流現象の主な特徴(1)

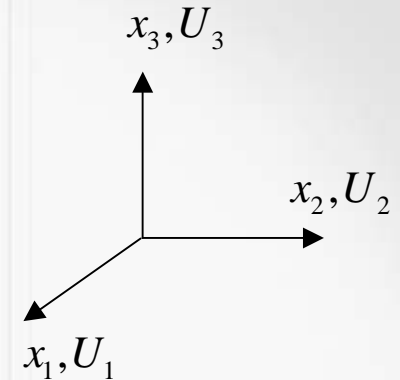
- **不規則性**
 - 瞬時の運動を捉えるのは困難
- **拡散現象**
 - 運動量、物質、エネルギーの移動に大きく寄与
- **高レイノルズ数**
 - 一般的にレイノルズ数の増加に伴い、流れは不安定になり乱流へと遷移
- **三次元的な渦運動**
 - 回転を伴う三次元運動をする渦の集合体
- **散逸性**
 - 粘性に伴う運動エネルギー散逸のため、常にエネルギーの供給が無ければ、乱れは完全に減衰
- **連続性**
 - 大きな渦から小さな渦まですべて連続的に存在

*A First Course in Turbulence, H. Tennekes and J.L. Lumley*より抜粋

乱流現象の主な特徴(2)

$$\begin{array}{l} \text{運動方程式:} \\ \text{(運動量輸送)} \end{array} \quad \frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

$$\begin{array}{l} \text{連続の式:} \\ \text{(質量保存)} \end{array} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0$$



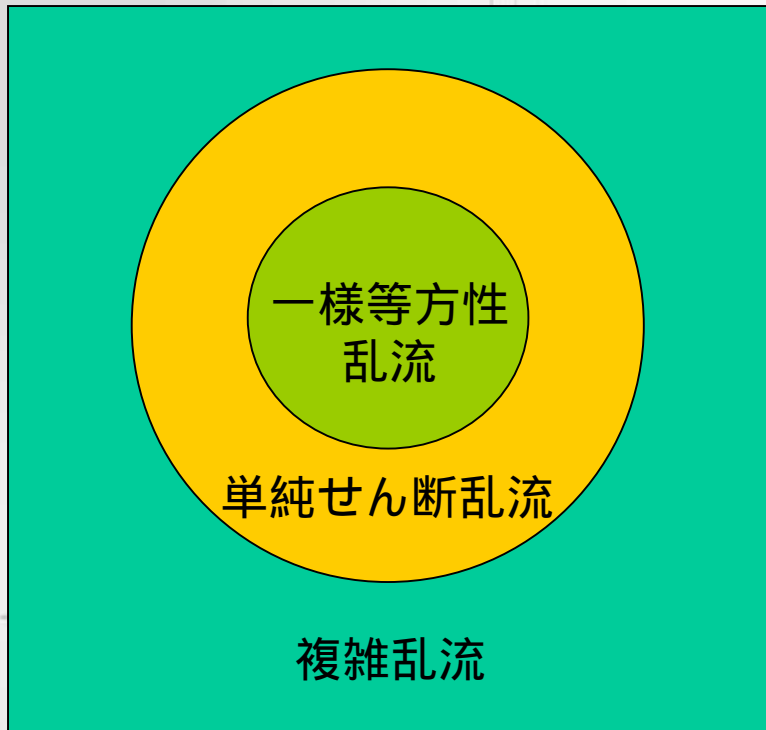
ρ : 流体の密度

μ : 粘度

P : 圧力

- 支配方程式は既に確立
 - 層流、乱流によらず流体の運動を記述する方程式は同じ。
 - 方程式に基づく運動であるから、完全なランダム運動ではない。
- 厳密な解析解は不明
 - 初期値、境界条件によって異なる流れのパターンを引き起こすため、一意的には決められない。

代表的な乱流場



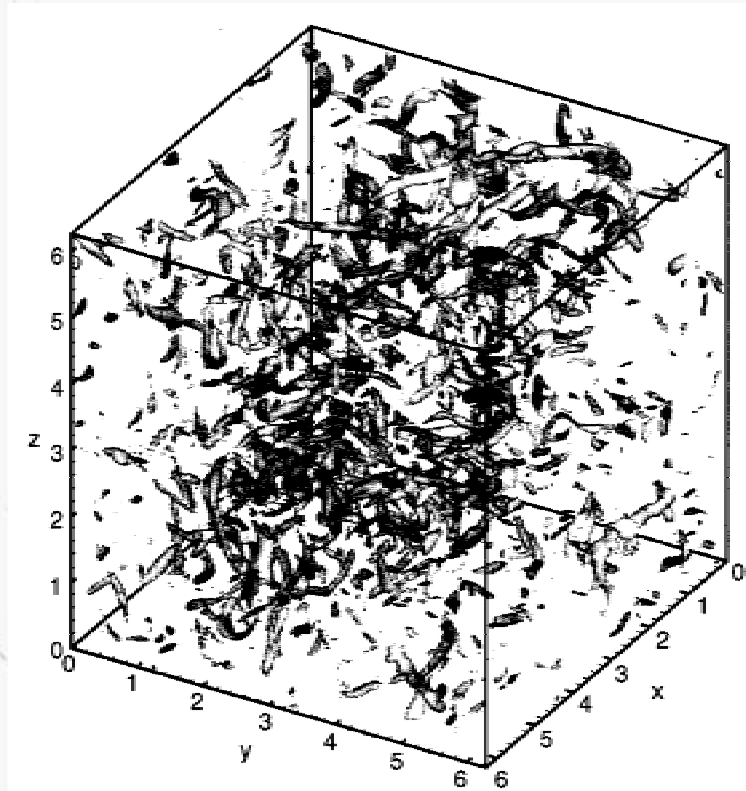
- 一様等方性乱流 --> 理想的な流れ場
- 単純せん断乱流
 - 自由せん断乱流 --> 噴流等
 - 壁面せん断乱流 --> 内部流等
- 複雑乱流 --> 実際の産業機器

乱流モデル: 基礎的な流れ場で構築



CFD解析: 現実には複雑な流れ場がほとんど

一様等方性乱流(1)



Instantaneous view of vortices
(E. Garnier, ONERA)

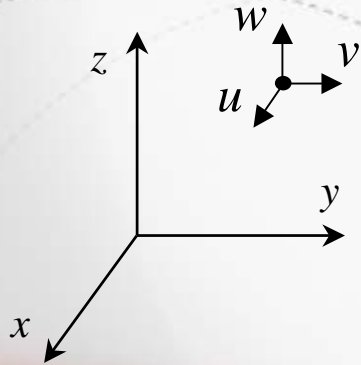
一様等方性乱流(2)



主な特徴

- 乱れの大きさは空間的に一様、等方である。
- 厳密には実現象として起こりにくい、理想的な流れ場。

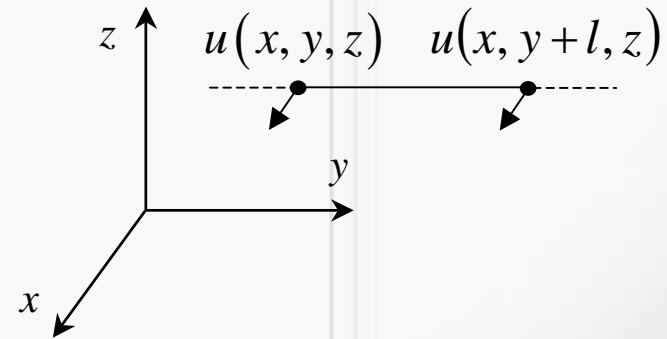
乱れの等方性



各方向の乱れ成分のr.m.s.
値が同じ

$$\sqrt{\overline{u^2}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\overline{w^2}}$$

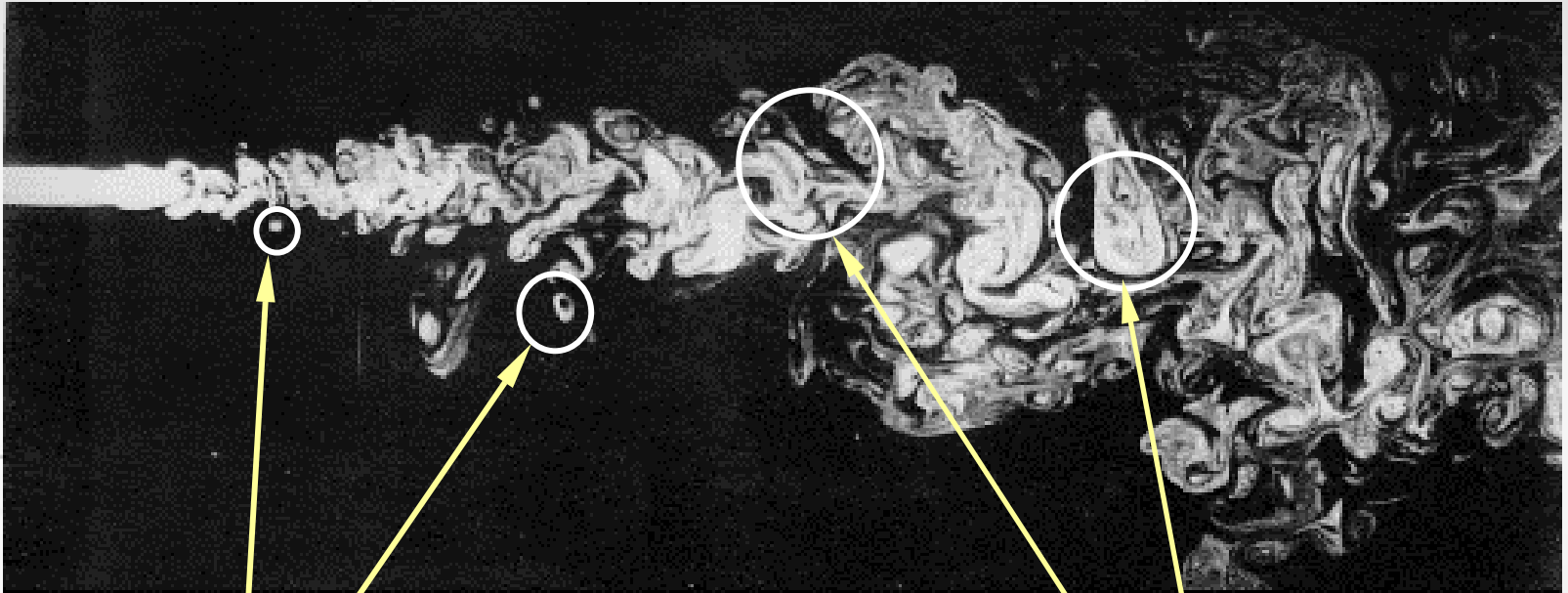
乱れの一様性



$\overline{u(y)u(y+l)}$ の値が位置 y に依存しない

自由せん断乱流(1)

XXXX XXXX XXXX



小規模構造

大規模構造

Turbulent water jet (Van Dyke, M., 1982)

自由せん断乱流(2)

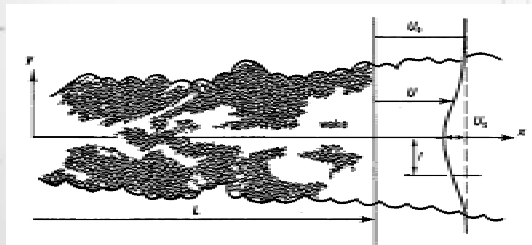
XXXX XXXX XXXX



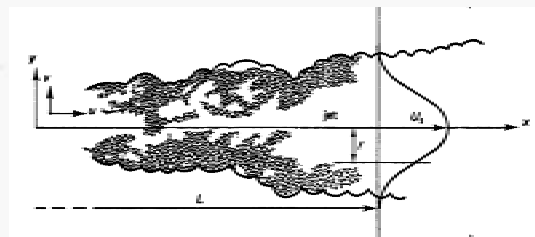
主な特徴

- 固体壁等の抑制がなく空間的に拡散する流れ。
- 流れのパターンは伴流、噴流、混合層が代表的である。
- マクロ的には二次元、もしくは軸対称な構造の流れが多い。

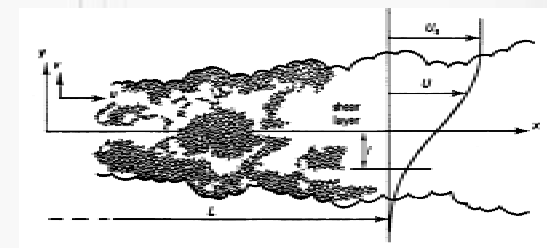
伴流



噴流

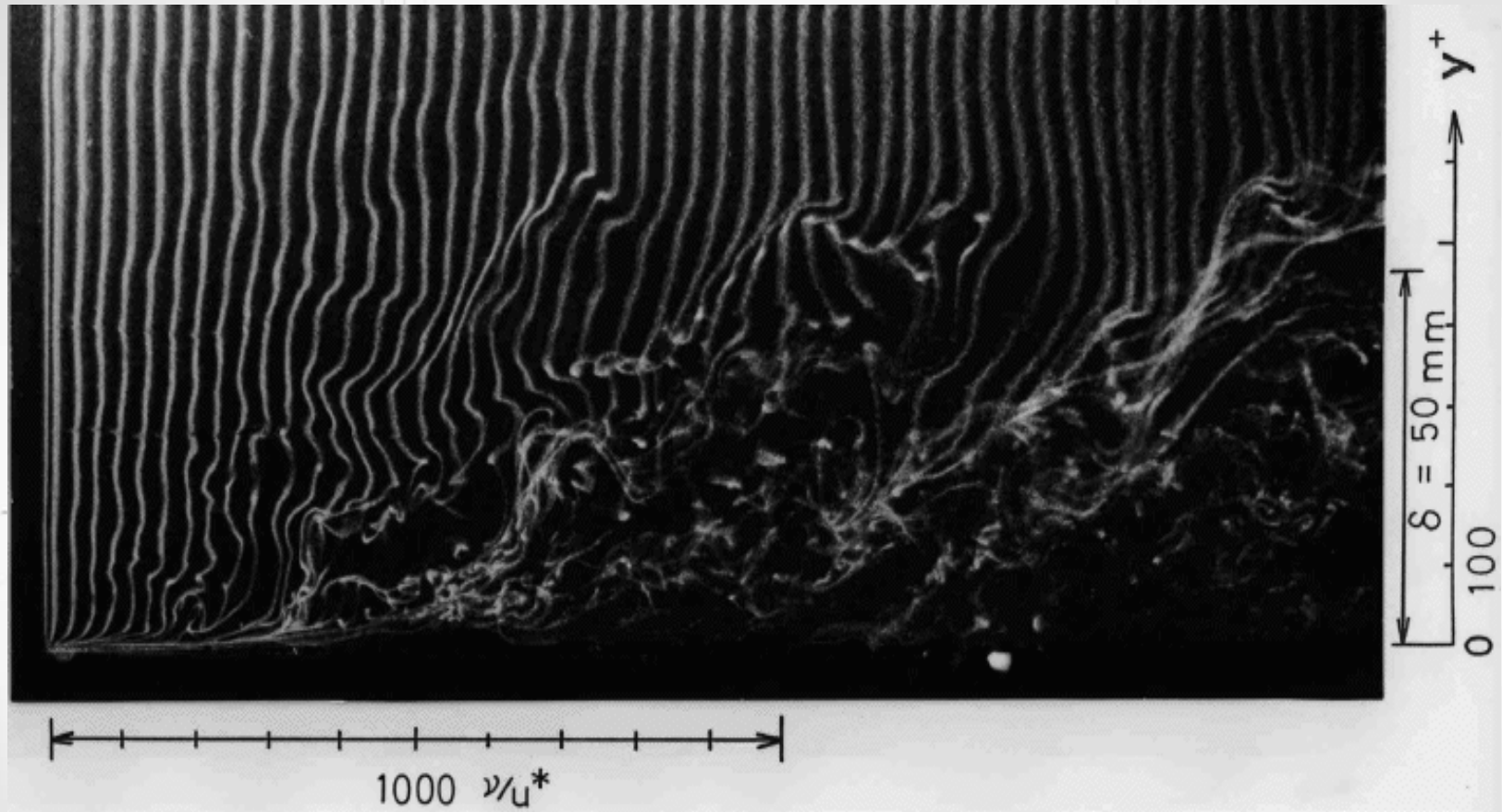


混合層



A First Course in Turbulence, H.Tennekes and J.L.Lumleyより

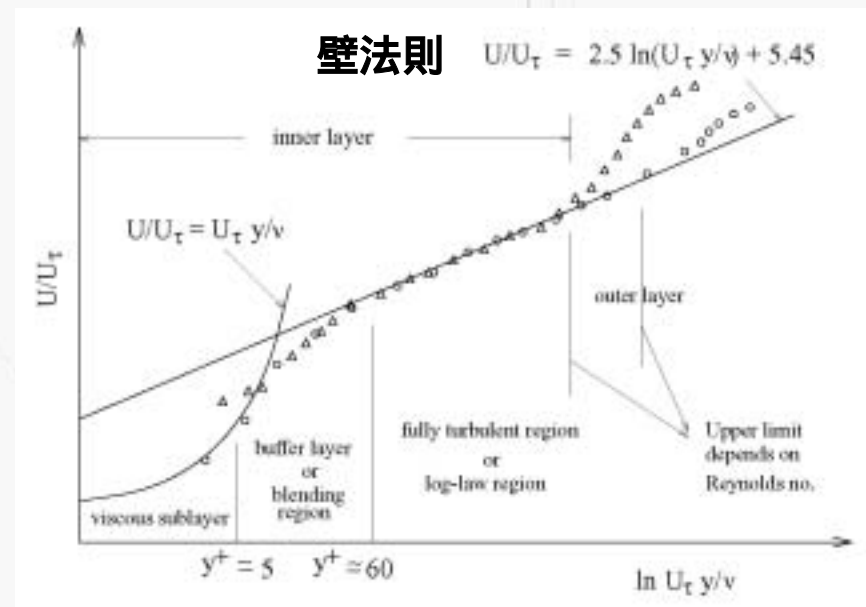
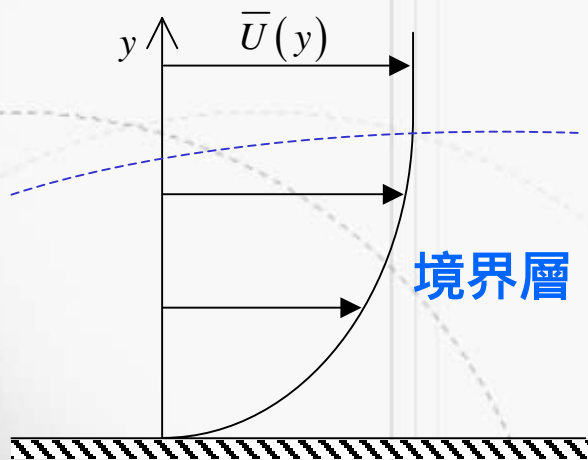
壁面せん断乱流(1)



壁面せん断乱流(2)

主な特徴

- 固体壁を基準として「境界層」と呼ばれる領域を形成する。
- 発達した流れ場では「壁法則」もしくは「対数則」が成立する。
- 乱れ渦(乱流成分)の運動エネルギーは主に壁付近で生成される。



Kolmogorovの相似則(1)

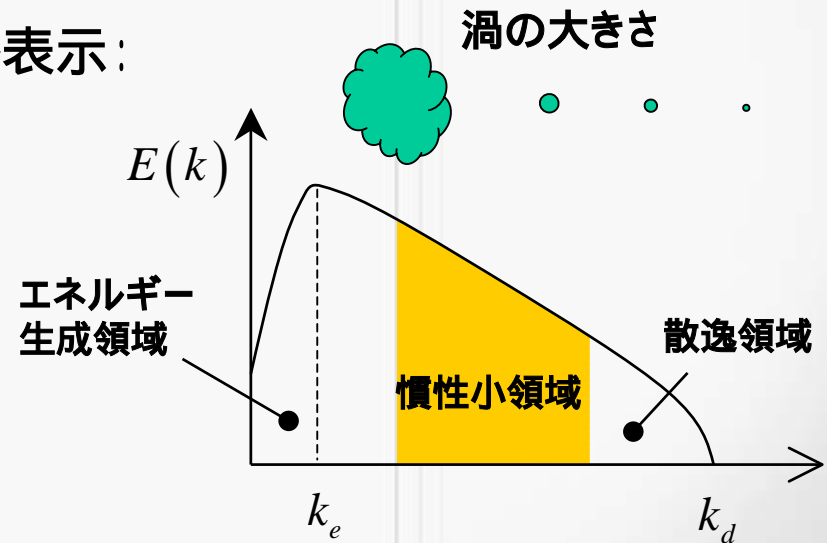
- 速度のフーリエ積分表示:

- 物理空間から波数空間へ変換が可能。
- 様々な波数(スケール)の渦成分の和として表示。

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\infty} \hat{u}_i(\mathbf{k}, t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) d\mathbf{k}$$

- 乱流エネルギーのパワースペクトル表示:

$$\frac{1}{2} (\overline{u_1^2} + \overline{u_2^2} + \overline{u_3^2}) = \int_0^{\infty} E(k) dk$$



乱流エネルギーのスペクトル分布

Kolmogorovの相似則(2)

「第一法則」

乱流の局所平衡領域

小さな渦は流れ場の境界値等の影響を受けにくい。
非一様な流れ場においても小さな渦は等方性。
高レイノルズ数流れであることが前提条件。

Kolmogorovの散逸スケール

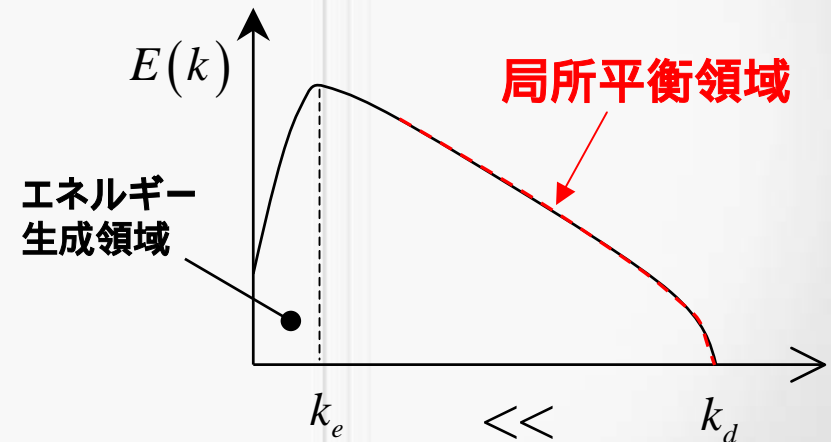
連続体として扱う最小の渦スケール。
エネルギー散逸率、分子粘性より定義。

長さスケール: $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$

$$k_d = 1/\eta$$

ε : 乱流エネルギー散逸率

ν : 動粘性係数



乱流エネルギーのスペクトル分布

Kolmogorovの相似則(3)

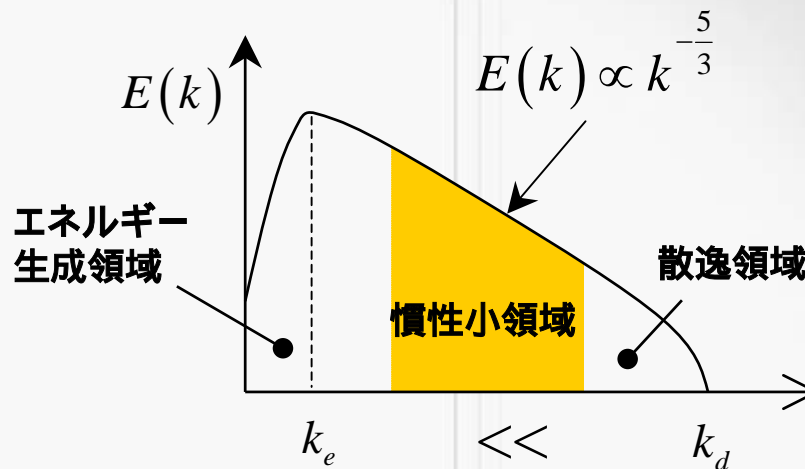
「第二法則」

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}}$$

比例定数は $\alpha = 1.4$ 程度

高レイノルズ数 ($k_e \ll k_d$) が前提

LES理論の基礎となる法則



乱流エネルギーのスペクトル分布

スペクトル空間の分類

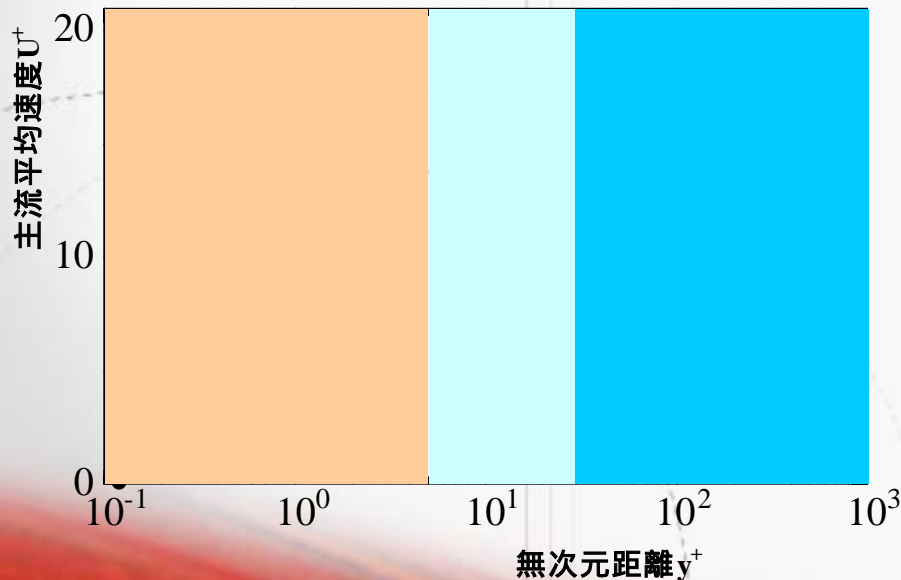
1. エネルギー生成領域: 平均流からエネルギーが注入される。
2. 慣性小領域: エネルギーの生成も散逸もない平衡域(渦の分裂・合体のみ)。
3. 散逸領域: 渦の運動エネルギーが減衰(粘性摩擦で熱エネルギーに変換)。

対数則(壁法則)

対数速度分布:

$$\bar{U}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad \text{ただし} \quad \bar{U}^+ = \frac{\bar{U}}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}$$

- 流れが十分発達した状態で成立
- 温度境界層でも同様な関係が成立



壁面摩擦速度: $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$

壁面摩擦応力: $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right)_{y=0}$

カルマン定数: $\kappa = 0.4$

$$B = \begin{cases} 5.0 & (\text{平行平板間流れ}) \\ 5.5 & (\text{円管内流れ}) \end{cases}$$

DNS data (CH12_PG.W9, www.thtlab.t.u-tokyo.ac)

乱流の数値解析(1)

XXXX XXXX XXXX



直接数値シミュレーション (Direct Numerical Simulation, **DNS**)

- ・ 厳密な方程式を直接数値的に解く手法。物理モデルは適用しない。
- ・ 計算コストが非常に高く、複雑形状への適用も困難なため、現在でも基礎研究の分野での活用に留まっている。将来的にも、実用化の可能性はかなり低い。

空間平均モデル (Large Eddy Simulation, **LES**)

- ・ 空間的に平均化(フィルタリング)された方程式を数値的に解く手法。大きな渦は直接計算され、フィルター幅よりも小さな渦は物理モデル(SubGrid Scaleモデル)でその影響を表現する。
- ・ DNSに比べて計算コストは低い。しかしながら3次元非定常解析が前提条件であるため、実用計算は大規模な計算環境が必要となる。

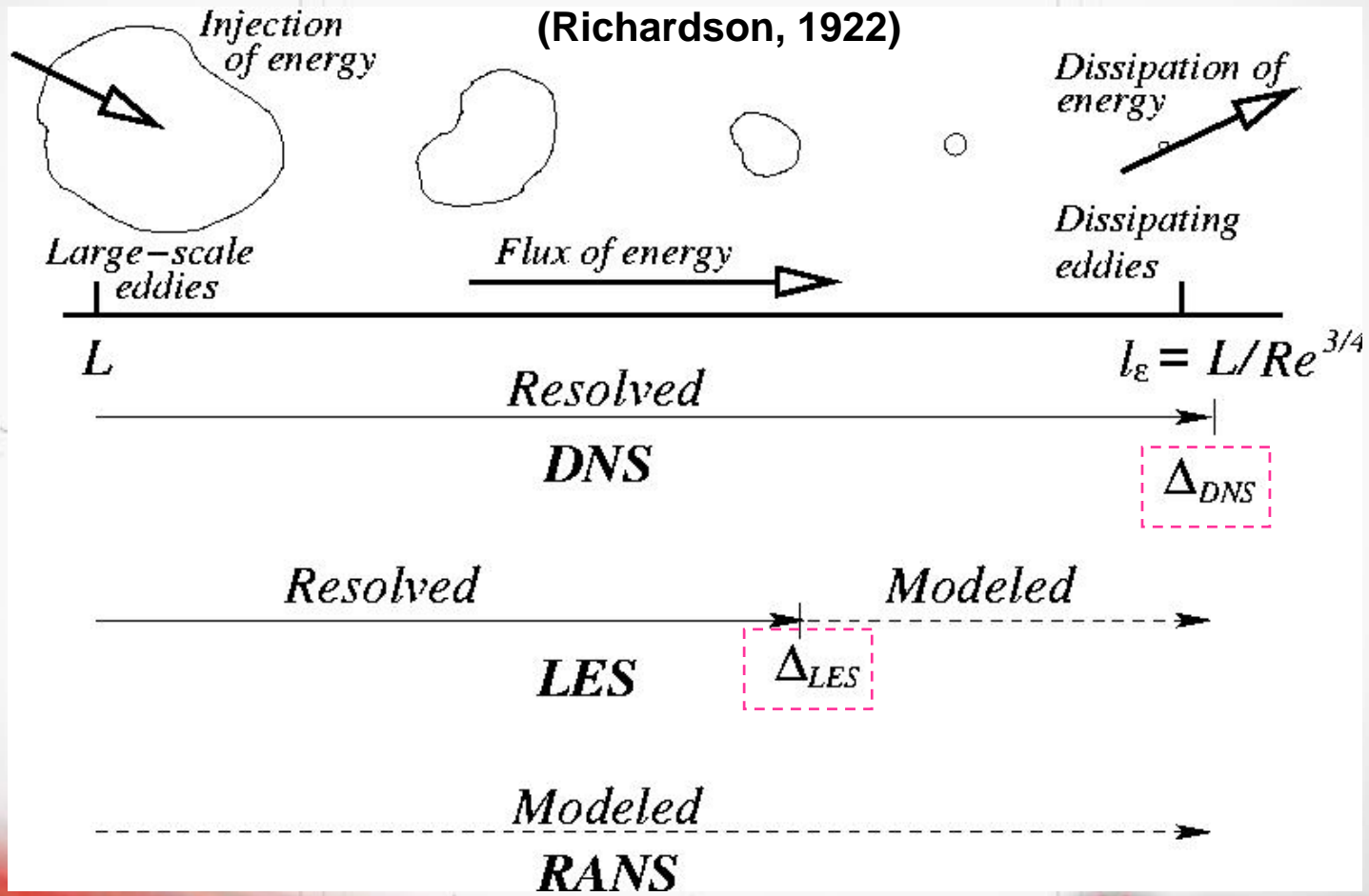
レイノルズ平均モデル (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, **RANS**)

- ・ アンサンブル(集合)平均された方程式を解く手法である。
- ・ 乱れ成分(乱流成分)の影響はすべて物理モデルで表現。
- ・ 二次元・定常解析も可能なため、産業分野で一般的に活用されている。



乱流の数値解析(2)

乱れによる渦のエネルギーカスケード



まとめ

XXXXX XXXXX XXXXX



- 乱流は非定常・三次元現象
- 乱流は境界条件で全く異なる流れパターンを形成
- 乱流の代表的な普遍法則
- 乱流の数値解析は渦を解く解像度で大きく三つに大別



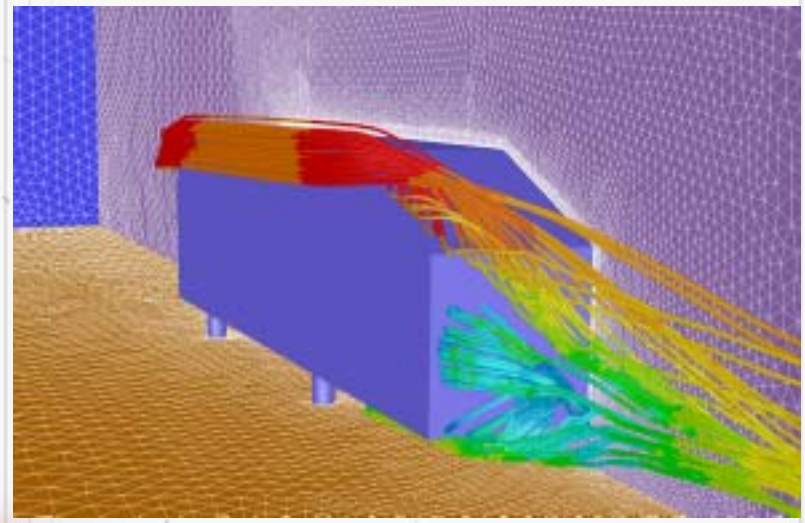
FLUENT

The Right Answer in CFD



PART 2

乱流の基礎理論 (レイノルズ平均モデル)



内 容

- 理論背景
- 渦粘性型モデル
 - 0方程式モデル
 - 1方程式モデル
 - 2方程式モデル
- レイノルズ応力輸送型モデル
- その他
 - 壁面漸近挙動
 - 熱及び物質移動を伴う解析
- まとめ



動機付け

- 乱流は大小さまざまなスケールの渦から成る。
- 時間・空間的に変化するすべての動きを捉えるのは大変困難。

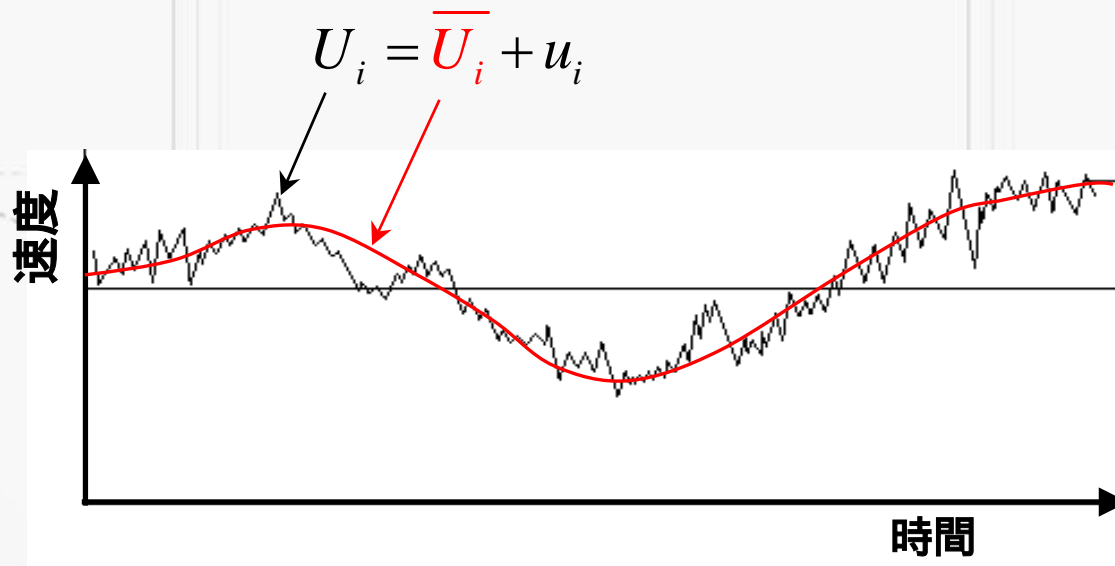
結 論

- 実用計算では、時々刻々と変化するすべての情報が必要となるケースはまれであり、たいてい平均的な代表値(最大速度、最大温度)のみ判ればよい。
- 流れ場の統計量のみを扱う解析法に着目

理論背景(2)

レイノルズ分解

- 瞬時の速度成分を平均成分とその周りの変動成分に分ける。
- 高レイノルズ数流場で $\overline{U}_i \gg u_i$ の成立が前提条件である。



理論背景(3)

XXXX XXXX XXXX



アンサンブル(集合)平均: $\bar{U}_i(x_i, t) = \frac{1}{N} \sum_N U_i^N(x_i, t)$

基本的な性質:

$$A = \bar{A} + a, \quad B = \bar{B} + b$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a} = 0, \quad \bar{b} = 0 \\ \overline{a \cdot b} \neq 0 \\ \bar{\bar{A}} = \bar{A}, \quad \bar{\bar{B}} = \bar{B} \\ \overline{\bar{A} \cdot b} = \bar{A} \cdot \bar{b} = 0 \\ \overline{A \cdot B} = \overline{(\bar{A} + a) \cdot (\bar{B} + b)} = \bar{A} \cdot \bar{B} + \overline{ab} \end{array} \right.$$

エルゴード性

- 1. 乱れが準定常 《アンサンブル平均》 = (時間平均)
- 2. 乱れが空間的に均質 《アンサンブル平均》 = (空間平均)

理論背景(4)

XXXX XXXX XXXX



瞬時の方程式:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$$
$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0$$

平均化された方程式:

(Reynolds Averaged Navier-Stokes Equation, RANS)

$$\frac{\partial \rho \overline{U_i}}{\partial t} + \frac{\partial \rho \overline{U_j U_i}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_i u_j}$$
$$\frac{\partial \rho \overline{U_i}}{\partial x_i} = 0$$



FLUENT

The Right Answer in CFD

理論背景(5)

XXXX XXXX XXXX



- レイノルズ応力と呼ばれる新たな未知変数: $-\overline{\rho u_i u_j}$
- 非線形方程式であるため、高次運動量の輸送方程式はさらなる未知数を生み出してしまう。
- 既知量で方程式を閉じる必要あり。

二次相関項: $-\overline{\rho u_i u_j}$



三次相関項: $-\overline{\rho u_i u_j u_k}$



四次相関項: $-\overline{\rho u_i u_j u_k u_l}$



FLUENT

The Right Answer in CFD

理論背景(6)

XXXX XXXX XXXX



渦粘性型:

$$\frac{\partial \rho \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \overline{U}_j \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}$$

$$\mu_t = f \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j}, k, \varepsilon, \dots \right)$$

- レイノルズ応力を拡散項に含める
- 渦粘性係数が未知量となる

レイノルズ応力輸送型:

$$\frac{\partial \rho \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \overline{U}_j \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_i u_j}$$

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho U_k u_i u_j}}{\partial x_k} = \dots$$

- レイノルズ応力の輸送方程式を解く
- レイノルズ応力輸送方程式のモデル化が別途必要

理論背景(7)

XXXX XXXX XXXX



厳密な方程式

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = \dots$$



RANSの基礎式

レイノルズ平均化
方程式

$$\frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial x_j} = \dots$$

+

レイノルズ応力

$$-\overline{\rho u_i u_j}$$



RANSの乱流モデル

渦粘性型モデル

$$\mu_t = f \left(k, \varepsilon, \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}, \dots \right)$$

- ・代数近似で解く (0方程式)
- ・未知量を1つ解く (1方程式)
- ・未知量を2つ解く (2方程式)

レイノルズ応力輸送方程式

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial t} + \bar{U}_k \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_k} = \dots$$



FLUENT

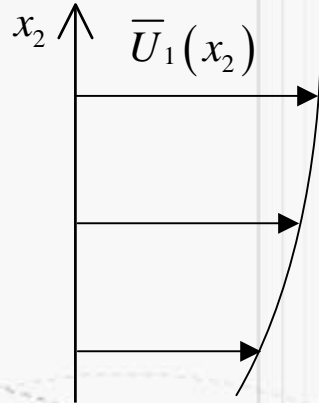
The Right Answer in CFD

渦粘性型モデル(1)

XXXX XXXX XXXX



ブシネスクの仮説:



$$-\overline{\rho u_1 u_2} \propto \frac{\partial \overline{U_1}}{\partial x_2}$$

- 単純せん断流れが基本
- レイノルズ応力は平均速度勾配に比例
- 比例定数 \longrightarrow 渦粘性係数 μ_t

テンソルによる一般化表記:

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$$

δ_{ij} : クロネッカーのデルタ



渦粘性型モデル(2)



渦粘性(乱流粘性):

$$\mu_t \propto v_t \times l_t$$

↑
変動(乱流)成分の代表長さ

↑
変動(乱流)成分の代表速度

- 気体の分子運動論を基に分子粘性から類推。
- 意図的に作り出した量であるため、物性値ではなく場の関数となる。
- 基本的にスカラー量として取り扱う。

渦粘性型モデル(3)



•乱れの代表速度見積もり

- 代数的近似
 - 平均速度勾配と壁からの距離等で見積もる。
- 輸送方程式を解く手法
 - 乱流エネルギーの輸送方程式を解き、その平方根で与える。

•乱れの代表長さ見積もり

- 代数的近似
 - 平均速度勾配から見積もる。
 - 壁からの距離や形状と関連付ける。
- 輸送方程式を解く手法
 - 長さスケールの輸送方程式を解く。
 - 他の物理量(乱流エネルギー散逸率等)に置き換えて、その輸送方程式を解く。

渦粘性型モデル: 0方程式

XXXX XXXX XXXX



主な特徴

- 二次元の単純せん断流をベースで構築されたモデルである。
- 複雑な乱流現象に対して混合距離の推定が困難であるため、適用範囲の広い実用的な乱流モデルとはなりえない

Prandtl (1925) の混合距離モデル

$$\mu_t \equiv \rho \ell_{\text{mix}}^2 \left| \frac{dU}{dy} \right|$$

混合距離: $\ell_{\text{mix}} = \kappa y$

カルマン定数: $\kappa = 0.4$

壁からの距離: y

その他

Cebeci-Smith model

Baldwin-Lomax model



FLUENT

The Right Answer in CFD

渦粘性型モデル: 1方程式(1)

主な特徴

- 渦粘性を求めるのに輸送方程式を一つ解く。
- 2方程式モデルに比べメモリー容量が少なくすむため、航空分野等の大規模計算で用いられる。

代表的な1方程式モデル

モデルのタイプ	方程式で解く変数
Prandtl model	乱流エネルギー
Spalart-Allmaras model	修正乱流粘性係数
Baldwin-Barth model	乱流レイノルズ数

渦粘性型モデル: 1方程式(2)

Spalart-Allmaras model

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}$$

$$\frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial x_j} = \rho c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + c_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - c_{w1} \rho f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2$$

非定常項 対流項 生成項 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{拡散項}}$ 消散項

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$$

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

$$c_{b1} = 0.1355, \quad c_{b2} = 0.622, \quad c_{v1} = 7.1, \quad \sigma = 2/3$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}, \quad c_{w2} = 0.3, \quad c_{w3} = 2, \quad \kappa = 0.41$$



FLUENT

The Right Answer in CFD

渦粘性型モデル: 2方程式(1)

主な特徴

- 渦粘性を求めるのに輸送方程式を二つ解く。
- 乱流モデルの中では、計算精度と計算負荷のバランスからもっとも良く用いられる。
- 壁面効果、流れの剥離、最付着等に対応可能なようにさまざまな改良がされている。

代表的な2方程式モデル

モデルのタイプ	方程式で解く変数
k- model	乱流エネルギー k 乱流エネルギー散逸率
k- model	乱流エネルギー k 比散逸率
k-l model	乱流エネルギー k 乱れの長さスケール l

渦粘性型モデル: 2方程式(2)

k- 2方程式モデルの基本型

$$\text{渦粘性係数: } \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

$$\text{k方程式: } \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \rho k}{\partial x_j} = \underbrace{\mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}}_{\text{生成項}} - \underbrace{\rho \varepsilon}_{\text{消散項}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]}_{\text{拡散項}}$$

$$\text{方程式: } \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial x_j} = \underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}}_{\text{生成項}} - \underbrace{\rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}}_{\text{消散項}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]}_{\text{拡散項}}$$

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

モデル定数は方程式の収支を満たすように決定

レイノルズ応力輸送型モデル(1)

主な特徴

- レイノルズ応力の輸送方程式をモデル化して解く手法
- 線形渦粘性近似の制約がないため適用範囲は広い
- 渦粘性型に比べてモデル化は複雑になる
- 渦粘性型に比べて計算負荷は増える
- 壁面効果の補正は必要

レイノルズ応力:

$$\overline{-u_i u_j} = \begin{pmatrix} \overline{-u_1 u_1} & \overline{-u_1 u_2} & \overline{-u_1 u_3} \\ \overline{-u_2 u_1} & \overline{-u_2 u_2} & \overline{-u_2 u_3} \\ \overline{-u_3 u_1} & \overline{-u_3 u_2} & \overline{-u_3 u_3} \end{pmatrix}$$

テンソルの対称性より

$$\begin{aligned} \overline{-u_1 u_2} &= \overline{-u_2 u_1}, \\ \overline{-u_2 u_3} &= \overline{-u_3 u_2}, \\ \overline{-u_1 u_3} &= \overline{-u_3 u_1}, \end{aligned}$$

非等方散逸率: $\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon$

エネルギー散逸は高波数域が支配的であることから「局所等方性」を仮定



FLUENT

The Right Answer in CFD

レイノルズ応力輸送型モデル(2)

基本型

$$\frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \overline{\rho u_i u_j}}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + \Phi_{ij} - \rho \varepsilon$$

生成項:
$$P_{ij} = -\overline{\rho u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_k} - \overline{\rho u_j u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_k}$$

拡散項:
$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \mu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{\rho u_i u_j u_k} + \overline{p u_i} \delta_{jk} + \overline{p u_j} \delta_{ik} \right)$$

再分配項:
$$\Phi_{ij} = \overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$$

拡散項、再分配項はモデル化が必要

散逸率 の方程式はk- 2方程式モデルと同じ

レイノルズ応力輸送型モデル(3)



拡散項のモデル化

$$D_{ij} \equiv \frac{\partial}{\partial x_k} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}$$

再分配項のモデル化

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w}$$

Slow項: $\Phi_{ij,1} \equiv -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right), \quad C_1 = 1.8$

Rapid項: $\Phi_{ij,2} \equiv -C_2 \left[(P_{ij} - C_{ij}) - \frac{1}{3} \delta_{ij} (P_{kk} - C_{kk}) \right], \quad C_2 = 0.6$

P_{ij} : 生成項 $C_{ij} \equiv \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{U_k \rho u_i u_j}$



FLUENT

The Right Answer in CFD

レイノルズ応力輸送型モデル(4)

再分配項のモデル化

Wall reflection項:

$$\Phi_{ij,w} \equiv C_1' \rho \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_l u_m n_l n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_i u_m n_j n_m} - \frac{3}{2} \overline{u_j u_m n_l n_m} \right) \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \varepsilon d} \\ + C_2' \left(\Phi_{lm,2} n_l n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{il,2} n_j n_m - \frac{3}{2} \Phi_{jm,2} n_l n_m \right) \frac{k^{\frac{3}{2}}}{C_l \varepsilon d}$$

$$C_1' = 0.5, \quad C_2' = 0.3 \quad C_l = 0.41$$

n_k は壁面に垂直な単位ベクトルの x_k 成分

d は壁までの垂直距離

壁面まで適用するにはモデル定数を補正する必要あり
再分配項には他のモデリングも提案されている

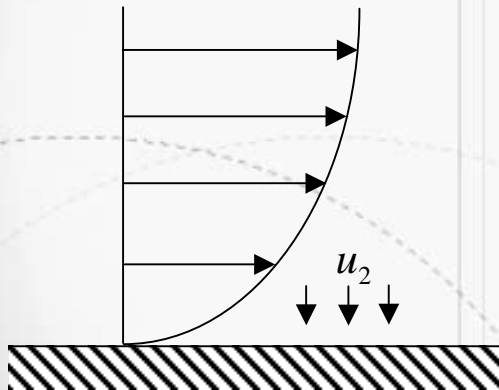
壁面漸近挙動(1)

•乱れの減衰

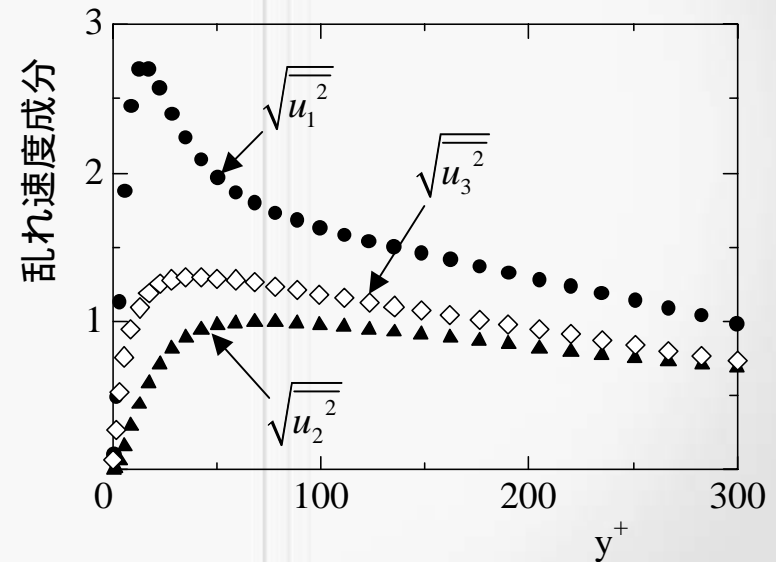
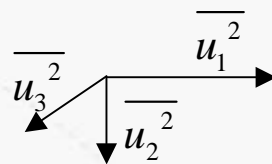
•壁面近くになると乱流粘性よりも分子粘性が支配的になる。

•壁面による反射

•壁面垂直方向の乱れが抑制されるため、非等方性が強くなる。



乱れ成分の非等方性



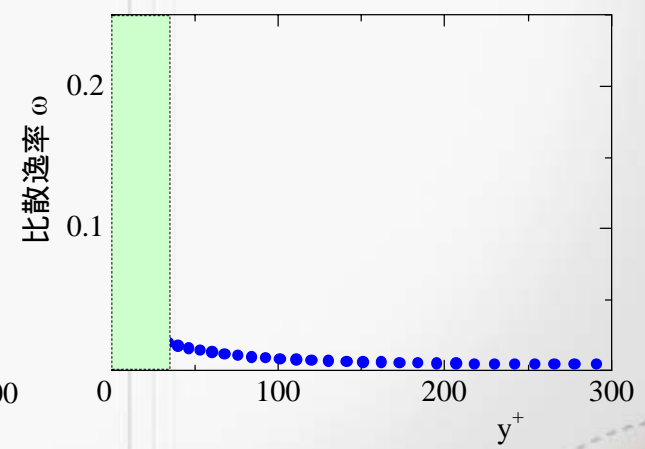
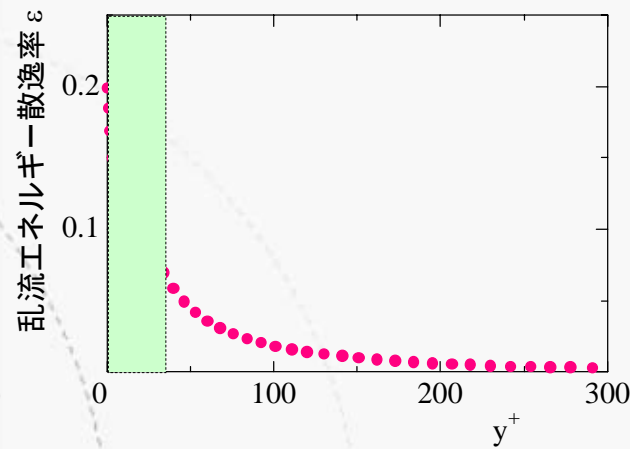
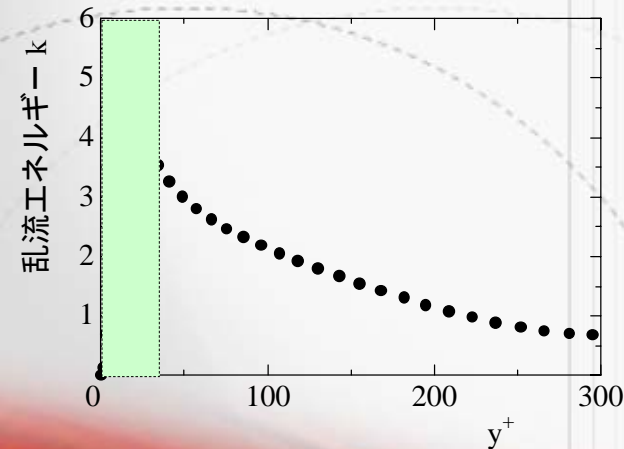
DNS data (CH12_PG.W9,
www.thtlab.t.u-tokyo.ac)



壁面漸近挙動(2)



- ・ k は壁面近くで最大値を持ち、壁面上で0となる。
 - ・ ε は壁面付近で変曲点も持ち、壁面上で最大値(有限値)を取る。
 - ・ ω は壁面に近づくとつれ単調増加し、壁面上で最大値(無限大)を取る。
- 壁面付近の挙動を再現出来るよう、モデル化された各輸送方程式を修正する必要がある。
- ・ ω は単調増加のため、 k - ε モデルの低レイノルズ補正は比較的容易。
 - ・ k は挙動が複雑なため、 k - ε モデルの低レイノルズ補正はやや複雑。



DNS Data (CH12_PG.W9, www.thtlab.t.u-tokyo.ac)



壁面漸近挙動(3)



壁面からのテーラー展開で漸近値($y \rightarrow 0$)を見積もる

$$u \approx A(x, z, t)y + O(y^2)$$

$$v \approx B(x, z, t)y^2 + O(y^3)$$

$$w \approx C(x, z, t)y + O(y^2)$$

as $y \rightarrow 0$

$$k \approx \frac{1}{2} \left(\overline{A^2 + C^2} \right) y^2 + O(y^3)$$

$$\varepsilon \approx \nu \left(\overline{A^2 + C^2} \right) + O(y)$$

$$-\overline{uv} \approx \overline{AB}y^3 + O(y^4)$$

壁からの距離と乱れの減衰を表わす
代表パラメータ

$$R_t = k^2 / (\nu \varepsilon)$$

$$R_y = \sqrt{k} y / \nu$$

$$y^+ = y u_\tau / \nu$$

減衰関数 $f(y^+, R_t, \dots)$ を導入して壁面での挙動を満たすよう輸送方程式を補正

- 渦粘性係数の式
- 方程式



FLUENT

The Right Answer in CFD

壁面漸近挙動(4)

XXXX XXXX XXXX



低レイノルズ数型k- モデルの基本型

$$\mu_t = \rho C_\mu f_\mu k^2 / \tilde{\varepsilon}$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \overline{U_i} \frac{\partial \rho k}{\partial x_i} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right]$$

$$\frac{\partial \rho \tilde{\varepsilon}}{\partial t} + \overline{U_i} \frac{\partial \rho \tilde{\varepsilon}}{\partial x_i} = C_{\varepsilon 1} f_1 \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} f_2 \rho \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + E + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_i} \right]$$

モデル関数

$$f_1 = 1$$

$$f_2 = 1.0 - 0.3 \exp \left(- R_t^2 \right)$$

$$f_\mu = \exp \left[- 2.5 / \left(1.0 + R_t / 50 \right) \right]$$

の壁面補正值

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \tilde{\varepsilon}$$

$$\varepsilon_0 = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2$$

計算の安定性から壁面で0となる擬似散逸がよく利用される



熱及び物質移動を伴う解析(1)

スカラー量の輸送方程式:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{C}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \overline{U_i C}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(k + k_t) \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_i}$$

乱流拡散:

$$k_t = f\left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}, \frac{\partial \bar{C}}{\partial x_j}, k, \varepsilon, \dots\right)$$

- 輸送方程式の基本型は移流・拡散型である。
- レイノルズ平均により乱流拡散項が生ずる。
- 速度場の乱流粘性に比例する代数型モデルが一般的である。
- スカラー場の多方程式モデルも存在するが、汎用解析ソフトでの実績は無い。

熱及び物質移動を伴う解析(2)

•温度場の解析

- 分子プラントル数との類似で乱流プラントル数を仮定。
- 乱流プラントル数の値は半経験的に与える。
- 剥離流等の複雑な流れ場では予測精度が低下する。

$$k_t = \frac{\mu_t c_p}{Pr_t}, \quad Pr_t = \begin{cases} 0.8 \sim 1 & : \text{壁乱流} \\ 0.5 \sim 0.7 & : \text{自由乱流} \end{cases}$$

•その他スカラー場の解析

- 乱流シュミット数を仮定した代数近似が一般的である。
- 乱流シュミット数も一意的には決められない。

$$k_t = \frac{\mu_t c_p}{Sc_t}, \quad Sc_t = 0.7$$

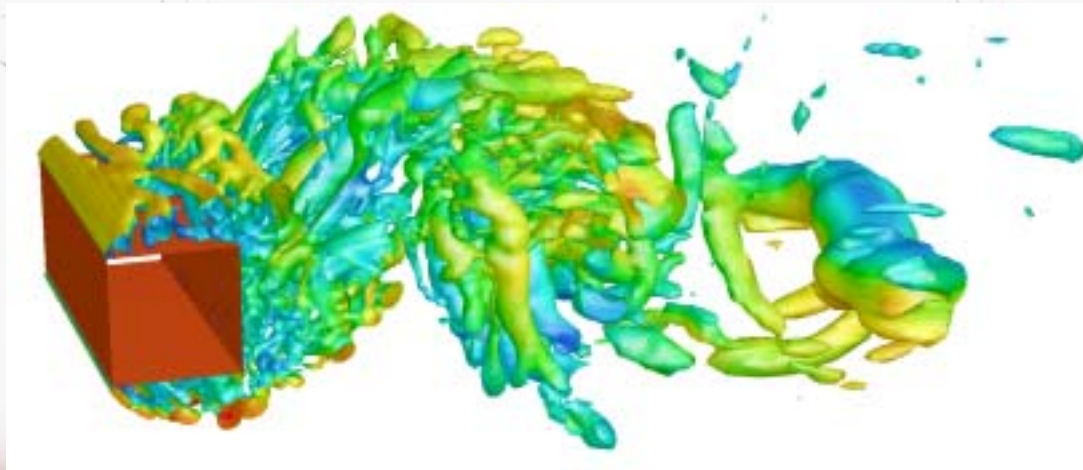
まとめ

- ・RANSはアンサンブル平均で平均成分と変動成分を区別
- ・変動成分はすべて物理モデルで反映
- ・乱流モデルには渦粘性型とレイノルズ応力輸送型がある
- ・渦粘性型モデルは解く方程式の数に応じて分類される
- ・壁面上まで解析するには、特別な取り扱いが必要
- ・乱流による物質輸送では、乱流プラントル数、乱流シュミット数による近似が成立するか確認が必要



PART 3

乱流の基礎理論 (空間平均モデル)



FLUENT

The Right Answer in CFD

内 容

- 理論背景
 - 支配方程式の空間平均化
- Subgrid Scale (SGS) 応力モデル
 - 0方程式モデル
 - 1方程式モデル
- その他
 - Detached Eddy Simulation (DES)
- まとめ

理論背景(1)

XXXX XXXX XXXX



空間平均モデル (Large Eddy Simulation, LES) はDNSとRANSの中間に位置付けられる

計算精度 (乱れ渦の解像度)

計算コスト

空間フィルターによる粗視化 (平均化)

フィルターはメッシュ間隔の関数とする。

フィルターサイズより小さな渦の影響をSubgrid Scale (SGS) 応力モデルで表わす。

残りの大きな渦 (Grid Scale) は、非定常計算で直接数値解析する。

RANSとLESの比較

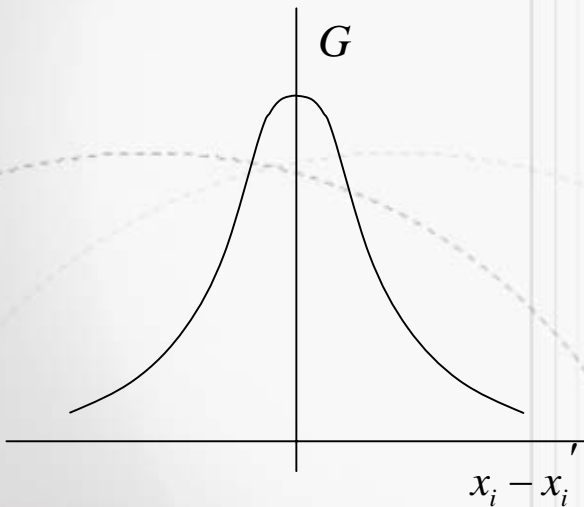
モデルのタイプ	平均の定義	成分の定義
RANS	アンサンブル平均	平均成分 + 乱流成分
LES	空間平均	GS成分 + SGS成分

理論背景(2)

代表的な空間フィルター

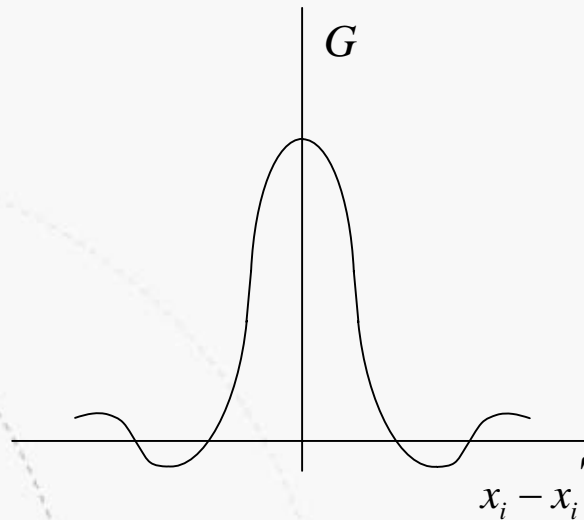
Gaussian Filter

$$G_i(x_i) = \sqrt{\frac{6}{\pi}} \frac{1}{\Delta_i} \exp\left\{-\frac{6x_i^2}{\Delta_i^2}\right\}$$



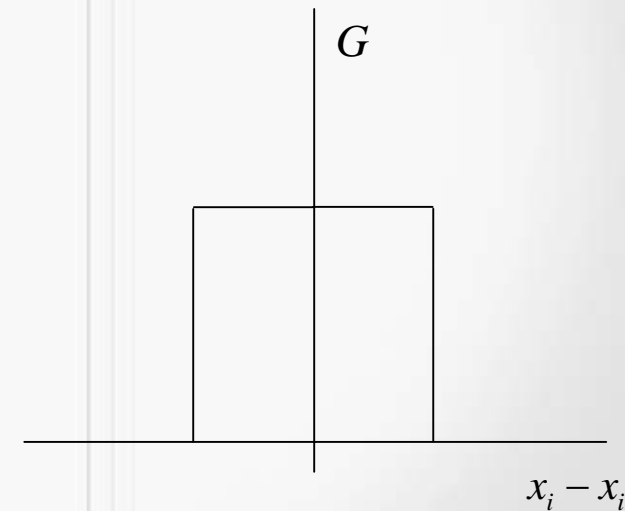
Sharp Cutoff Filter

$$G_i(x_i) = 2 \frac{\sin\left\{\frac{\pi x_i}{\Delta_i}\right\}}{\pi x_i}$$



Top Hat Filter

$$G_i(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta_i}, & -\frac{\Delta_i}{2} < x_i < \frac{\Delta_i}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Δ_i : フィルター幅 x_i : 任意の空間位置

理論背景(3)

XXXX XXXX XXXX



フィルタリング操作

- ◆ フィルタ関数Gとの畳込み積分でフィルターをかける

$$\bar{\phi}(x_1, x_2, x_3) = \int_D \phi(x'_1, x'_2, x'_3) G_i(x_i - x'_i) dx'_1 dx'_2 dx'_3$$

- ◆ Gは次のように正規化されている

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \prod_{i=1}^3 G_i(x_i - x'_i) \right\} dx'_1 dx'_2 dx'_3 = 1$$

- ◆ フィルタリングによる瞬時値の分解

$$u_i = \bar{u}_i + u_i'$$

瞬時値 Grid Scale成分 (GS) Subgrid Scale成分 (SGS)



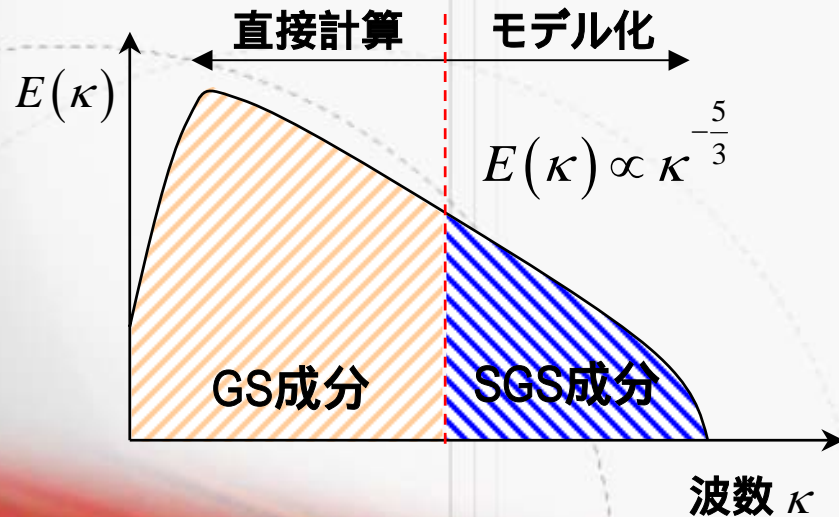
FLUENT

The Right Answer in CFD

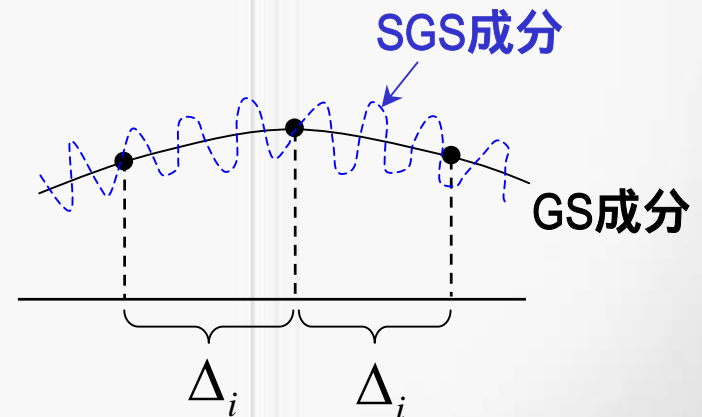
理論背景(4)

- 流れ場が非一様な場合においても、小さな渦スケールに関しては等方性が成立する。 → 「局所等方性の仮説」
- 普遍性のある慣性小領域中にフィルターを置くことにより、普遍性の高い物理モデルを期待。

乱れのエネルギースペクトル分布



物理空間上での概念



Δ_i : フィルター幅

理論背景(5)



フィルタリング後の方程式:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$$

SGS (Subgrid Scale) 応力:

$$\tau_{ij} \equiv \overline{\rho u_i u_j} - \bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j$$

- ◆ GS成分はRANSの平均成分と区別して \bar{u}_i で表わすことが多い。
- ◆ 空間平均化された方程式はRANSの基礎方程式と類似である。
- ◆ SGS応力はレイノルズ応力と同様な手法でモデル化される。
- ◆ モデル化の容易さから代数近似型モデルが主流である。

サブグリッドスケールモデル(1)

SGS応力:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\mu_{sgs} \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

SGS渦粘性係数:

$$\mu_{sgs} = f(\bar{S}_{ij}, \Delta, \dots)$$

GS成分の速度
歪み

- ◆SGS応力はGS成分の速度勾配に比例すると仮定。
- ◆既存の物理量によりSGS渦粘性係数をモデル化する必要あり。
- ◆SGS渦粘性係数を解く程度に応じて分類される。
 - ◆0方程式
 - ◆1方程式

サブグリッドスケールモデル(2)

Smagorinsky model

SGS渦粘性係数:

$$\mu_{sgs} = \rho(C_s \Delta)^2 \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$$

Δ : フィルター幅

C_s : スマゴリンスキー定数

- ◆ LES解析でもっとも良く用いられる。
- ◆ フィルター幅は格子サイズに依存。
- ◆ 一般的に $C_s = 0.1$ 程度であり、普遍値は存在しない。
- ◆ 壁面への適用には補正の必要あり。

サブグリッドスケールモデル(3)



ダイナミックモデル: 2つの異なるスケールに基づいたSGS応力のバランスからモデル定数を計算過程で逐次最適化 $C_d \rightarrow C_d(x_1, x_2, x_3, t)$

Germanoの恒等式: $L_{ij} = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}$

$$\tau_{ij} \equiv \overline{u_i u_j} - \overline{\overline{u_i} \overline{u_j}},$$

$$T_{ij} \equiv \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{\overline{u_i} \overline{u_j}}$$

物理モデル適用

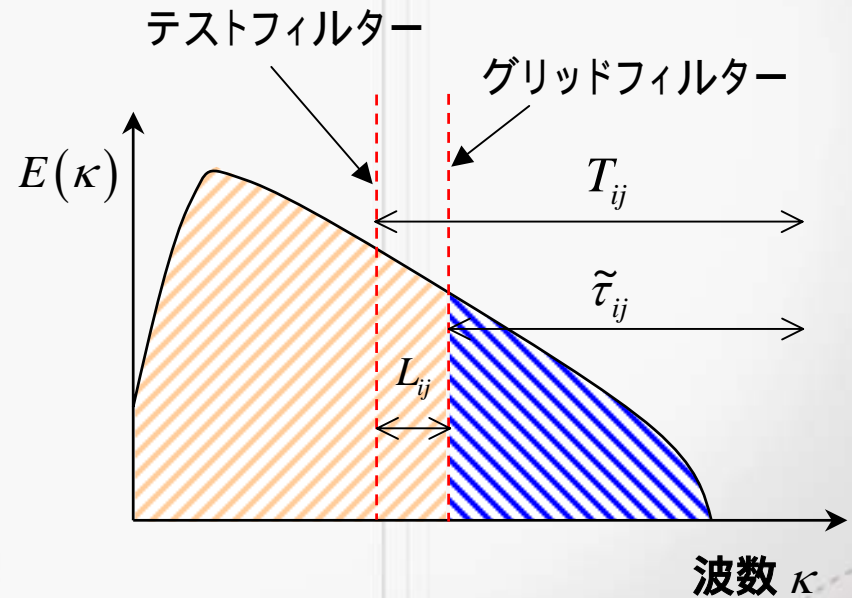
Lillyの最適化手法

$$\text{残差: } E_{ij} = L_{ij} - T_{ij} + \tilde{\tau}_{ij}$$

$$\text{最小化の判別式: } \frac{\partial E_{ij} E_{ij}}{\partial C_d} = 0$$

$$\text{最適化されたモデル定数: } C_d = \left\langle \frac{m_{ij} L_{ij}^d}{m_{kl} m_{kl}} \right\rangle$$

グリッドフィルター成分、
テストフィルター成分の関数



サブグリッドスケールモデル(3)

SGSエネルギー方程式輸送モデル

SGS渦粘性係数:

$$\mu_{sgs} = \rho C_k \sqrt{k_{sgs}} \Delta$$

SGSエネルギーの輸送方程式:

$$\frac{\partial \rho k_{sgs}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \rho k_{sgs}}{\partial x_j} = -\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho C_\epsilon \frac{k_{sgs}^{3/2}}{\Delta} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_{sgs}}{\sigma_k} \frac{\partial \rho k_{sgs}}{\partial x_j} \right)$$

- ◆ SGSエネルギーの輸送方程式を解く1方程式モデルである。
- ◆ モデル定数 C_k , C_ϵ は流れ場で最適化される。

Detached Eddy Simulation (DES)

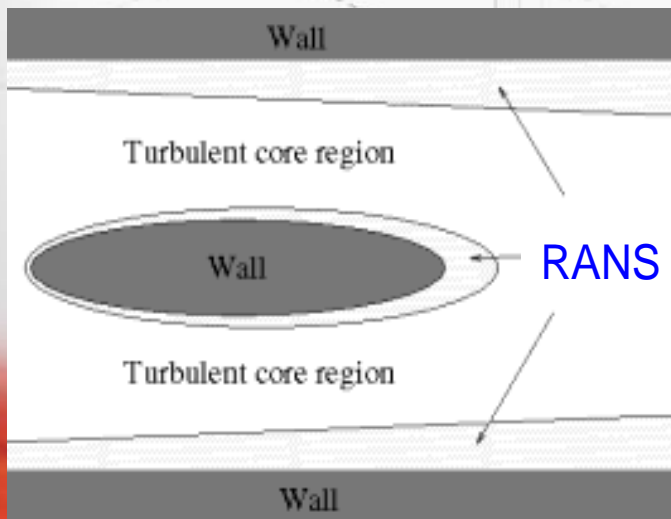
背景

高レイノルズ数流れでは壁面まで考慮したLES解析は必然的に計算コストが高くなる。

壁面近傍にRANSを適用することにより計算負荷の低減を図る。

Spalart-Allmarasの1方程式モデルが著名。

他にも二方程式RANSと0方程式LESのハイブリッドも可能。



$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2 \left[\underbrace{(1 - \beta(z))}_{\text{LES}} \mu_{\text{sgs}} + \underbrace{\beta(z)}_{\text{RANS}} \mu_{\text{rans}} \right] \bar{S}_{ij}$$

流れ場の条件 (y^+ 値等) で変化

μ_{sgs} : LESの渦粘性

μ_{rans} : RANSの渦粘性

まとめ

XXXX XXXXX XXXXX



- ・LESでは格子サイズに依存した空間フィルターで平均成分と変動成分を区別
- ・三次元非定常解析が基本
- ・変動成分はSubgrid Scale (SGS)応力でモデル化
- ・計算負荷はRANSとDNSの中間程度
- ・壁面までの適用にはSGS応力のモデルに補正が必要
- ・高レイノルズ数流れで格子数に制限がある場合はDESが有効



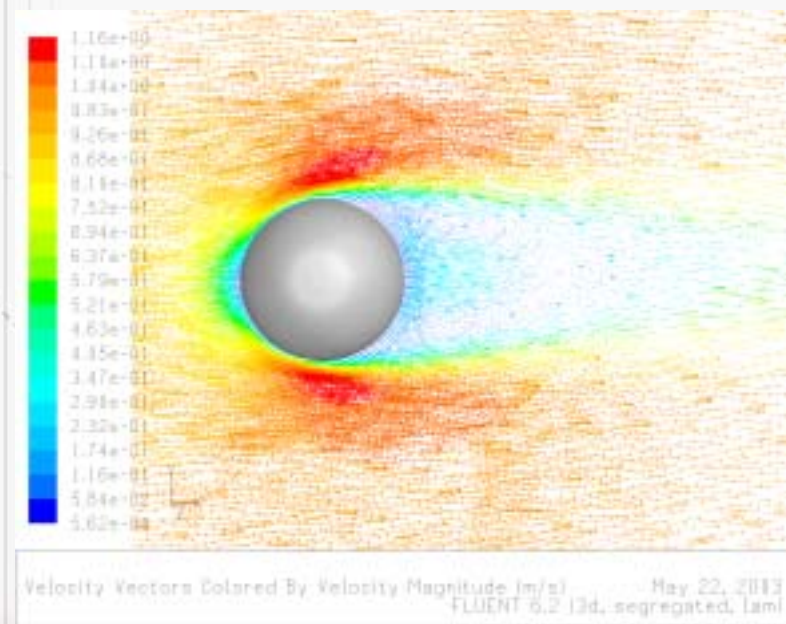
FLUENT

The Right Answer in CFD



PART 4

FLUENT6.2の標準機能



内 容

- FLUENT6.2の標準機能一覧
- レイノルズ平均モデル (RANS)
 - 渦粘性輸送型1方程式モデル(SAモデル)
 - k- 2方程式モデル(標準、RNG、Realizable、低レイノルズ数型)
 - k- 2方程式モデル(標準、SST)
 - レイノルズ応力輸送型モデル(RSM)
 - v^2 -fモデル
- 空間平均モデル (LES)
 - Smagorinsky-Lillyモデル
 - WALEモデル
 - ダイナミックSGSエネルギー輸送モデル
- ハイブリッドモデル
 - Detached Eddy Simulation (DES)

FLUENT6.2の乱流計算機能一覧

乱流モデル

- Spalart - Allmaras
- 標準 k-
- RNG k-
- Realizable k-
- 低レイノルズ数型 k-
- 標準 k-
- SST k-
- RSM(レイノルズ応力モデル)
- $v^2 - f$
- LES
- DES

補助機能

- Kato-Launder 補正
- 浮力効果
- 圧縮性効果
- 圧力勾配効果

壁面境界条件

- 標準壁関数 (SWF)
- 非平衡壁関数 (NWF)
- 改良型壁処理(EWT)

カスタマイズ(UDF)

- 乱流粘性
- 輸送方程式中の生成項
- 乱流諸量輸送方程式(UDS)



主な特徴

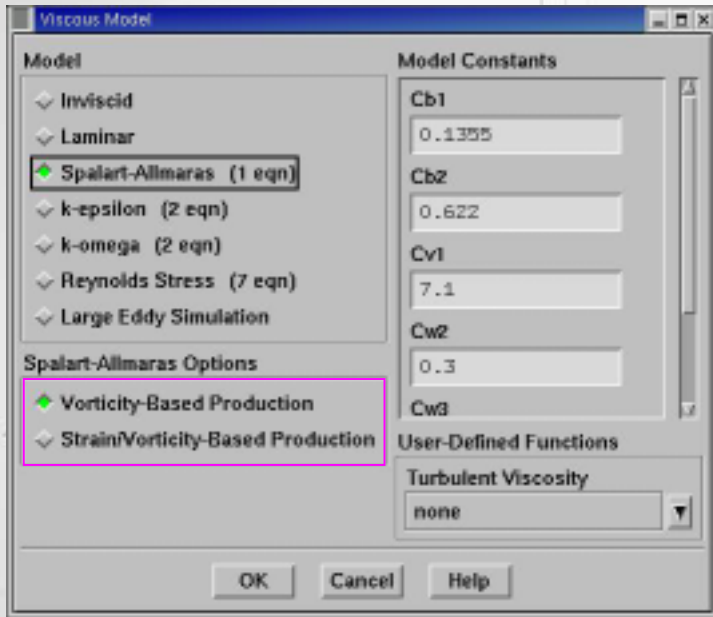
- 乱流粘性の輸送方程式を解く1方程式モデル
- 計算負荷が2方程式より小さく、0方程式より計算精度が良い
 - 航空宇宙工業で非構造コードへ適用するために開発
 - ターボ型流体機械への応用が多い
- 局所的変化の強い流れ場では予測精度が低下する
 - 顕著な分離流
 - 自由せん断流
 - 減衰乱流

FLUENTのオプション機能

- ◆平均歪みによる生成項の補正

RANS: SA モデル(2)

XXXX XXXX XXXX



標準の定義では次式の回転速度テンソルのみ使用

$$S \equiv \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}}$$

歪みの影響を含めるために、歪み速度テンソルも使用できる

$$S \equiv \left| \Omega_{ij} \right| + C_{\text{prod}} \min(0, \left| S_{ij} \right| - \left| \Omega_{ij} \right|)$$

- 渦流の乱流粘性の過大評価を抑える
- より正確に回転の影響を考慮に入れる

主な特徴

- 計算は安定、経済的で、比較的精度も高い
- 圧縮性、浮力や衝突の効果を考慮した補正がある
- 線形渦粘性近似により適用範囲に限界がある
- モデル方程式中の定数は簡単な流れ場で最適化されている
- 曲率を持つ流れや、スワール、回転、剥離、低レイノルズ数流れでは予測精度が低下する

FLUENTのオプション機能

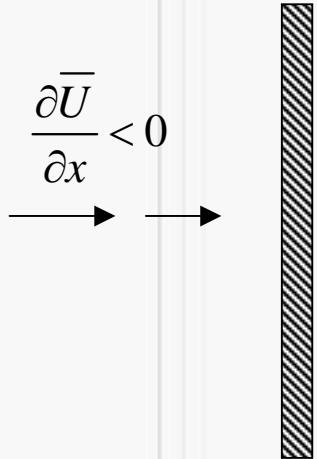
- ◆ 衝突流の補正

RANS: 標準 k-モデル(2)

- ◆ Kato と Launder (1993) : kの生成項を補正 , よどみ点での過大な生成を回避
- ◆ 標準 k-モデルにのみ適用
 - ◆ Kato Launderの補正 (1993)

$$P_k = \mu_t S \Omega$$

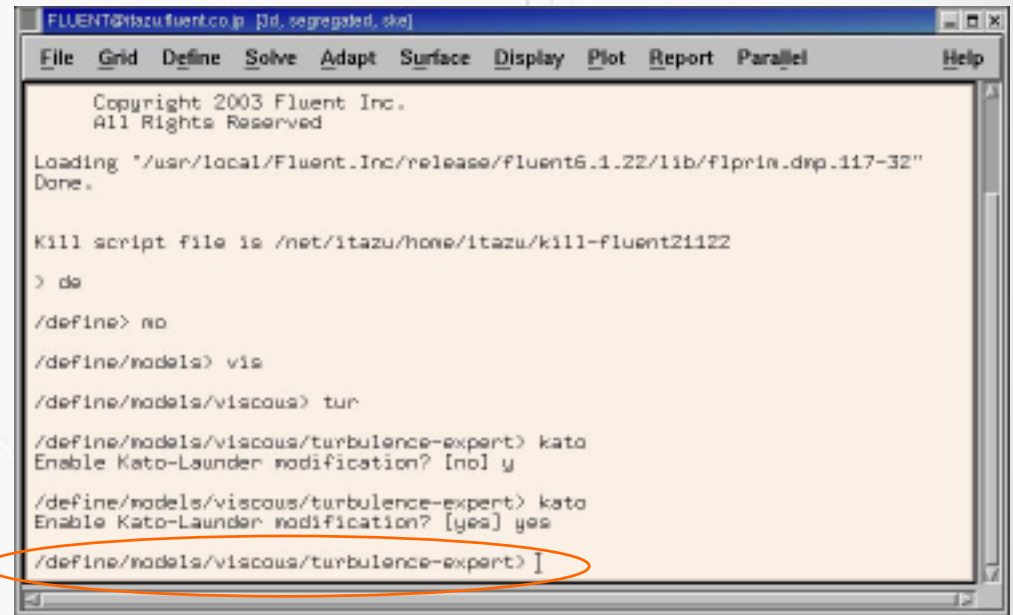
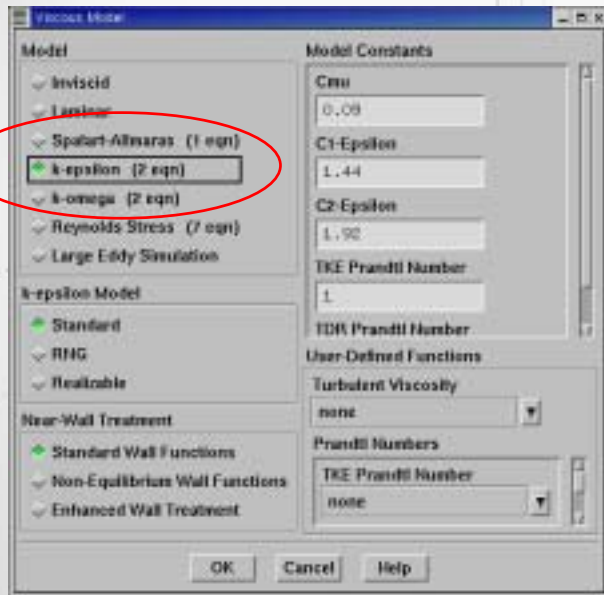
$$\Omega \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \quad , \quad \Omega_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} < 0$$


衝突領域

RANS: 標準 k-ε モデル(3)

標準 k-ε モデル設定後 TUIより設定



主な特徴

- ◆繰込み群理論 (Renormalization Group Theory) で基本構築されたモデル
- ◆低レイノルズ数効果を有する
- ◆平均歪みの大きな流れに適用できるよう改良
- ◆FLUENTでは渦粘性にスワール効果の補正がある

FLUENTのオプション機能

- ◆渦粘性の微分式による低Re数補正:

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right) = 1.72 \frac{\hat{\nu}}{\sqrt{\hat{\nu}^3 - 1 + C_\nu}} d\hat{\nu} \quad \hat{\nu} \equiv \frac{\mu_t + \mu}{\mu}, \quad C_\nu \approx 100$$

- 上式より渦粘性を算出
- 高レイノルズ数の極限では標準型に帰着 ($\text{Re} \rightarrow \infty; \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$)

RANS: RNG k-モデル(2)

◆スワール効果の補正:

$$\mu_t = \mu_{t0} f \left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon} \right)$$

スワール効果を表わす関数

μ_{t0} : 旋回補正のない
渦粘性係数

◆平均歪み効果の補正:

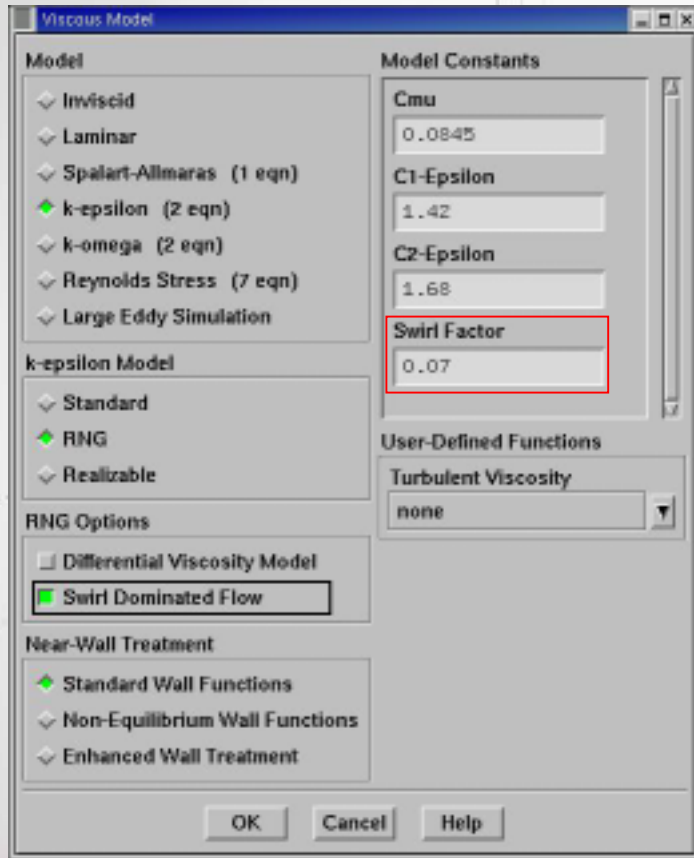
$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k}$$

$$C_\mu = 0.09, \quad \eta_0 = 4.38,$$
$$\beta = 0.012$$

$$\eta \equiv \frac{Sk}{\varepsilon}$$

- 散逸率 の輸送方程式中の付加項
- 対数域等では標準型に帰着
- 平均速度歪みの大きな流れで渦粘性の過大評価を抑える

RANS: RNG k-モデル(3)



- ◆低Re数補正
 - ◆チェックオンにより内部で微分式が解かれる
- ◆スワール効果の補正
 - ◆旋回定数はデフォルトで0.07
 - ◆旋回が強い場合に大きくする

主な特徴

◆実現性 (Realizability) の概念

◆ブシネスクの渦粘性近似では平均速度勾配が非常に大きい場合、以下の矛盾が起こりえる

◆変動成分の強度を負値として予測

$$\frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} > \frac{1}{3C_{\mu}} \approx 3.7 \quad \rightarrow \quad \overline{u^2} = \frac{2}{3} k - 2C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} < 0$$

◆Schwarzの不等式: $\left(\overline{u_{\alpha} u_{\beta}}\right)^2 \leq \overline{u_{\alpha}^2} \overline{u_{\beta}^2}$ が満たされない

Realizable k-モデルの主な適用範囲

- ◆ 循環流、旋回流、分離器のような複雑流れに有効
- ◆ RNGよりほとんどのケースで優れている
- ◆ 軸対称噴流の広がり角度を精度良く予測

標準型との相違点

- 渦粘性係数のモデル化

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\mu = f\left(\frac{k}{\varepsilon}, S_{ij}, \Omega_{ij}\right)$$

流れ場の影響で補正

- 散逸率 の方程式のモデル化

$$\text{の生成項: } \rho C_1 S \varepsilon, \quad C_1 = \max\left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5}\right], \quad \eta \equiv \frac{Sk}{\varepsilon}$$

$$\text{の消散項: } \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}}, \quad C_2 = 1.9$$

エネルギーの散逸は高波数(小スケール)域で支配的
であることに着目してモデル化

RANS: 低Re型 k-モデル(1)

主な特徴

- ◆ 標準k-モデルを基本として粘性低層まで適用範囲を拡張
- ◆ 壁面からの伝熱を伴う剥離等では有効
- ◆ 格子数が増えるため計算負荷は増大する
- ◆ FLUENTでは下記6タイプのモデルが選択可能
 - ◆ Abid
 - ◆ Lam-Bremhorst
 - ◆ Launder-Sharma
 - ◆ Yang-Shih
 - ◆ Abe-Kondoh-Nagano
 - ◆ Chang-Hsieh-Chen



FLUENT

The Right Answer in CFD

RANS: 低Re型 k-モデル(2)

低Re k-モデル起動方法:TUI

- ・低Re k-モデルを有効にする
k-モデルを起動後

/define/models/viscous/turbulence-expert > low-re-ke?をyes

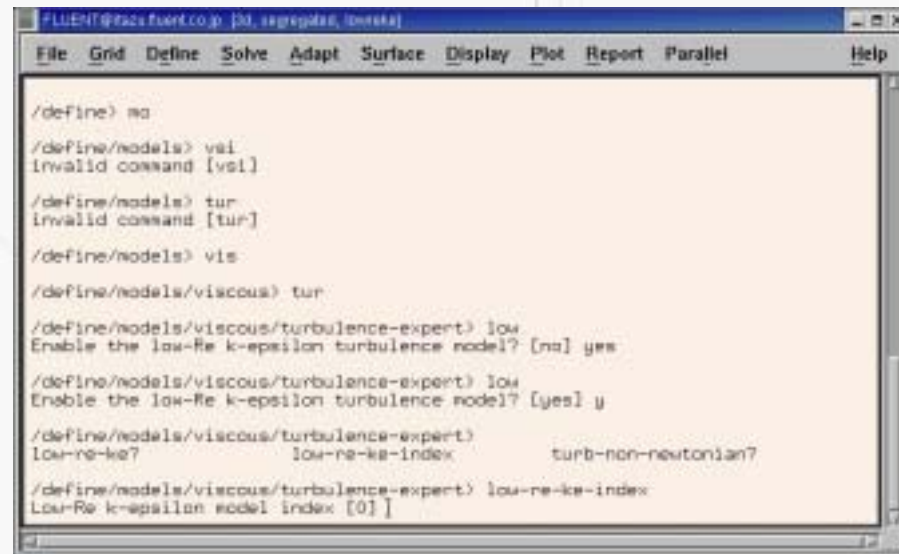
(GUI Viscous ModelsパネルでLow-Re ModelのチェックボックスONを確認)

- ・モデルの選択

/define/models/viscous/turbulence-expert/low-re-ke-index で0-5の数値を入力

IndexとModelの対応

0	Abid
1	Lam-Bremhorst
2	Launder-Sharma
3	Yang-Shih
4	Abe-Kondoh-Nagano
5	Chang-Hsieh-Chen



```
FLUENT@92s.fuirt.co.jp [3D, segregated, lowRe]
File  Grid  Define  Solve  Adapt  Surface  Display  Plot  Report  Parallel  Help

/define> wa
/define/models> vai
invalid command [vai]
/define/models> tur
invalid command [tur]
/define/models> vis
/define/models/viscous> tur
/define/models/viscous/turbulence-expert> low
Enable the low-Re k-epsilon turbulence model? [no] yes
/define/models/viscous/turbulence-expert> low
Enable the low-Re k-epsilon turbulence model? [yes] y
/define/models/viscous/turbulence-expert>
low-re-ke?          low-re-ke-index          turb-non-newtonian?
/define/models/viscous/turbulence-expert> low-re-ke-index
Low-Re k-epsilon model index [0]
```



主な特徴

- ◆ 逆圧力勾配のある流れや剥離の予測に有効との認識
 - ◆ 航空宇宙やターボ機器業界で広く利用される
- ◆ k- ϵ モデルとの相違点
 - ◆ 壁近傍の挙動をモデル化し易く、また格子依存性も少ない
 - ◆ 壁面上での y^+ の境界値には注意が必要

FLUENTのオプション機能

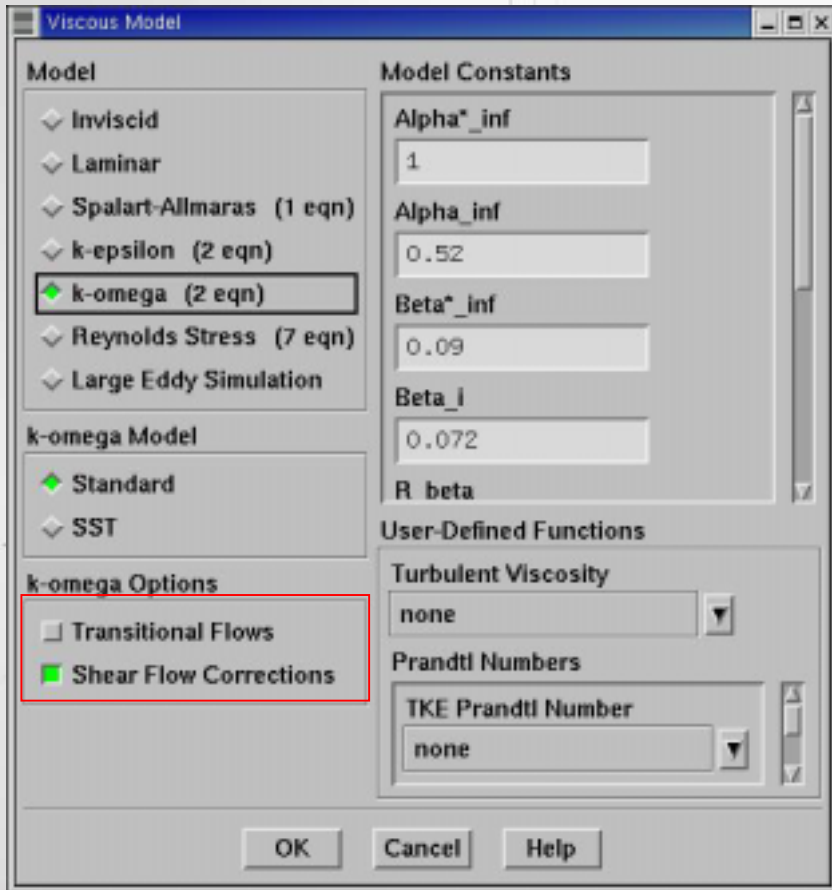
- ◆ 遷移流の補正
- ◆ 自由せん断流の補正



FLUENT

The Right Answer in CFD

RANS: 標準 k-モデル(2)



遷移領域の補正

層流から乱流への遷移域の予測精度改善

$$\mu_t = \underbrace{f(Re_t)}_{\text{補正関数}} \frac{\rho k}{\omega} \quad 0 \leq f(Re_t) \leq 1$$

層流域 ↔ 乱流域

乱流レイノルズ数: $Re_t \equiv \frac{\mu_t}{\mu}$

せん断流補正

壁乱流から自由乱流まで適用可能とする補正

補正関数: $f(k, \omega, S_{ij}, \Omega_{ij})$

をkと の消散項に導入

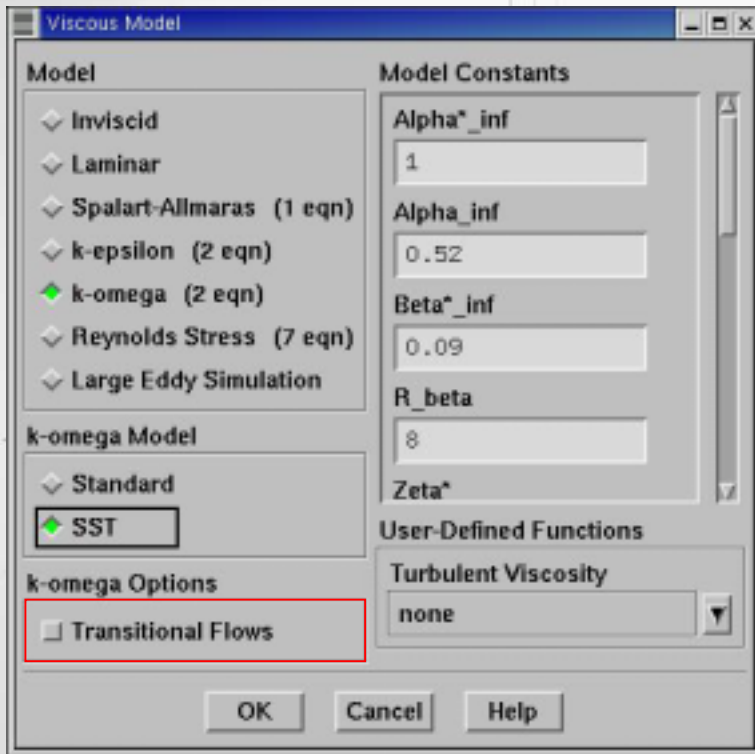
主な特徴

- ◆k- ω モデルは境界層流れではk- ω モデルより比較的良い
- ◆基本型となる k- ω モデルでは自由せん断流の予測に弱い
- ◆k- ω モデルを含むほぼ全ての二方程式モデルは、後流領域での乱流応力を過大に予測;逆圧力勾配やはく離のある境界層流れでパフォーマンスは極めて低い
- ◆上記点をふまえて内層ではk- ω モデル、外層でk- ω モデルを基本としたハイブリッド型のk- ω モデル

FLUENTのオプション機能

- ◆遷移流の補正

RANS: SST k- ω モデル(2)



遷移領域の補正

層流から乱流への遷移域の予測精度改善

$$\mu_t = \underbrace{f(\text{Re}_t)}_{\text{補正関数}} \frac{\rho k}{\omega}$$

$$0 \leq f(\text{Re}_t) \leq 1$$

層流域 \leftrightarrow 乱流域

$$\text{乱流レイノルズ数: } \text{Re}_t \equiv \frac{\mu_t}{\mu}$$

kのよどみ点での過剰生成を修正 (FLUENT 6.2新機能)

$$G_k = \min \left(-\overline{u_i u_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}, 10 \rho \beta^* k \omega \right)$$



主な特徴

- ◆ レイノルズ応力をその輸送方程式から見積もる
- ◆ 渦粘性近似が破綻する非等方性が強い流れ場 (強スワール流、回転系を含む流れ) で有効
- ◆ 解く方程式が増えるため、より多い計算コスト(k-モデルとの比較)が必要となる。

FLUENTでのオプション機能

- ◆ レイノルズ応力の壁面近傍値
- ◆ 再分配項のモデル
- ◆ 壁面反射効果



◆レイノルズ応力の壁面近傍値

kによる設定

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\overline{u^2}}{k} = 1.098, \quad \frac{\overline{v^2}}{k} = 0.247, \quad \frac{\overline{w^2}}{k} = 0.655, \quad -\frac{\overline{uv}}{k} = 0.255 \\ \frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \dots \end{array} \right.$$

壁面摩擦速度による設定

$$\frac{\overline{u^2}}{u_\tau^2} = 5.1, \quad \frac{\overline{v^2}}{u_\tau^2} = 1.0, \quad \frac{\overline{w^2}}{u_\tau^2} = 2.3, \quad -\frac{\overline{uv}}{u_\tau^2} = 1.0$$

u_τ : 壁面摩擦速度

上記各値は基礎的な流れ場で成立(構造パラメータ)



◆再分配項のモデル

- ┆Gibson-Launder model
 - ┆デフォルトのモデル
 - ┆平均速度勾配の一次関数型モデル
 - ┆壁面反射効果を別途モデル化
- ┆Speziale, Sarkar, Gatski model
 - ┆平均速度勾配の二次関数まで拡張したモデル
 - ┆流れ場への適用範囲は広い
 - ┆壁面反射効果も含まれる
 - ┆FLUENTではEWTの場合に選択不可

◆壁面反射効果

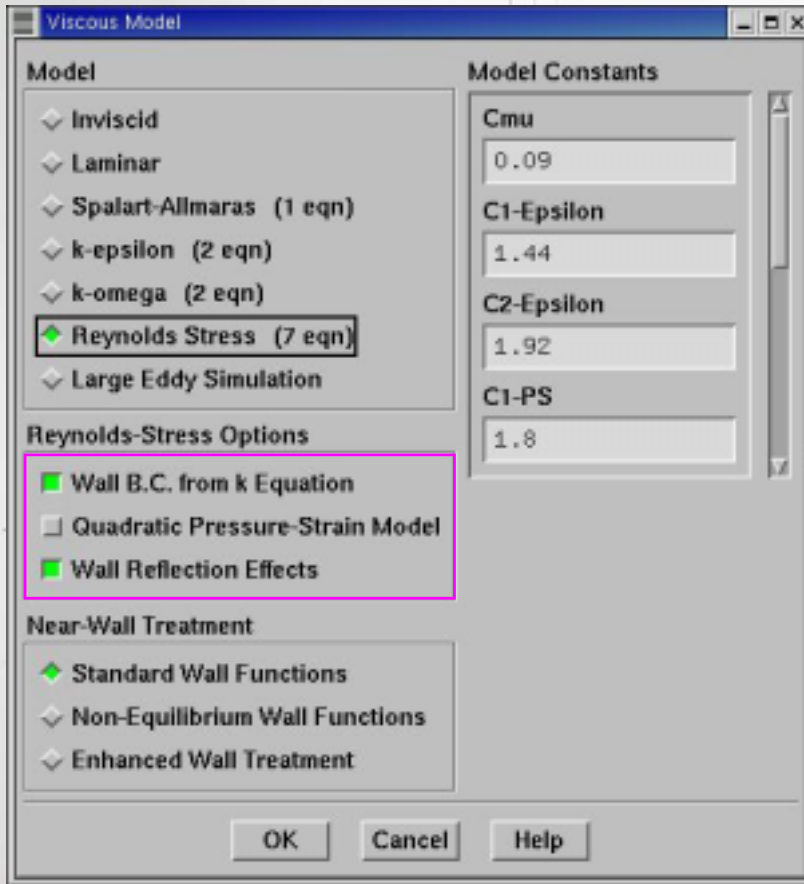
- ┆Gibson-Launder modelの補正項
- ┆複雑な流れ場ではオフを推奨



FLUENT

The Right Answer in CFD

RANS: RSM(4)



- 壁面近傍値をkを用いて概算

$$\frac{\overline{u^2}}{k} = 1.098, \quad \frac{\overline{v^2}}{k} = 0.247, \quad \frac{\overline{w^2}}{k} = 0.655, \quad -\frac{\overline{uv^2}}{k} = 0.255$$

- 二次圧力・歪み相関モデル

- 壁面での反射効果



主な特徴

- ◆ 壁関数を用いない低レイノルズ数型のモデルである
- ◆ k- 2方程式モデルをベースに壁面垂直方向乱れ v^2 と楕円型緩和関数 f を解く4方程式モデル
- ◆ 剥離流れや噴流でk- 2方程式モデルより良好な結果を示す。

FLUENTでは別途オプション

- ◆ CASCADE Technologies Inc.提供 (別途有料となります)

USC:<http://www.fluent.com/about/partners/softserve/cascade.htm>

RANS: v2-f モデル(2)

・ Define/Models/Viscous

v2fの選択肢なし

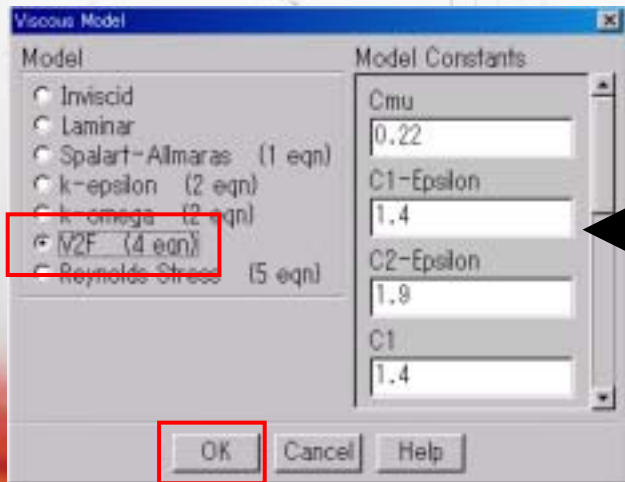
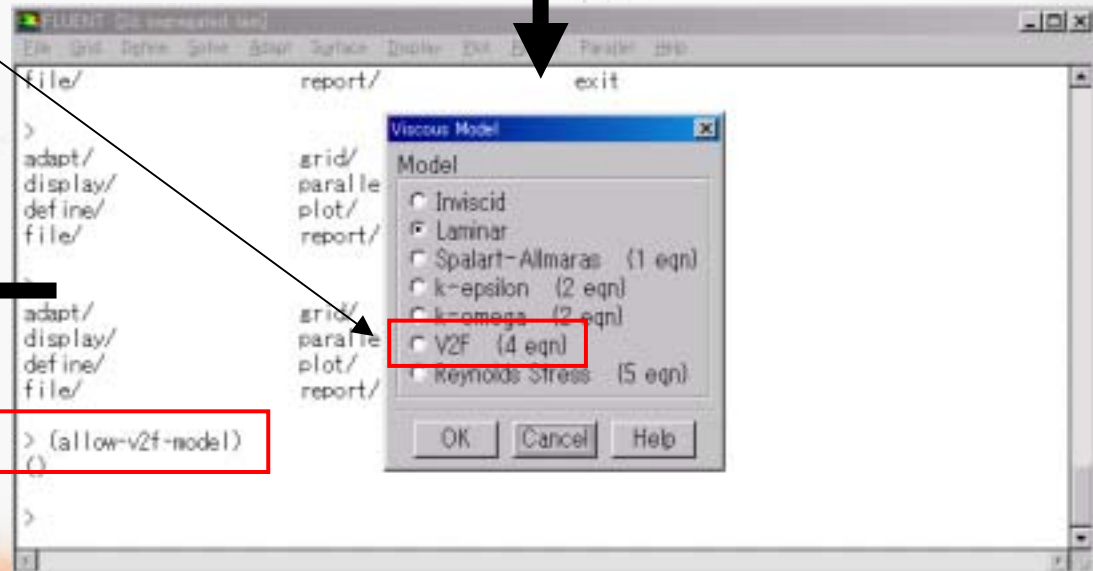
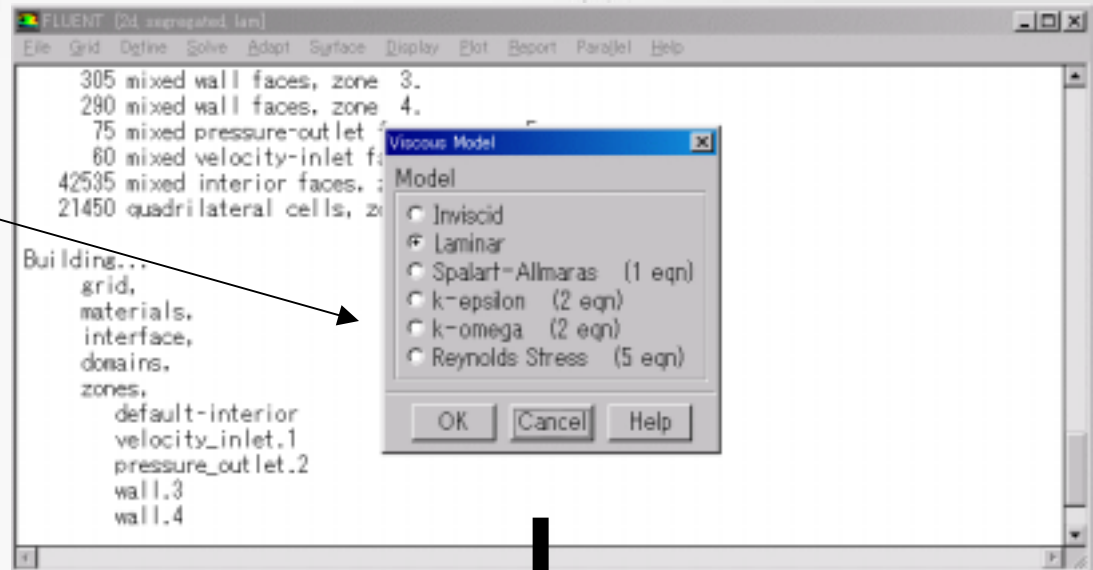
・ テキストコマンド

(allow-v2f-model)

v2f選択可能

・ v2f選択後、

ライセンスのチェック



LES (1)



主な特徴

- ◆ 非定常・三次元解析が基本となるため、計算負荷はRANSに比べて増大
- ◆ 非定常性の強い渦の運動を捉えるには有効
- ◆ 乱流騒音の解析 (Computational Aeroacoustics, CAA) では必須

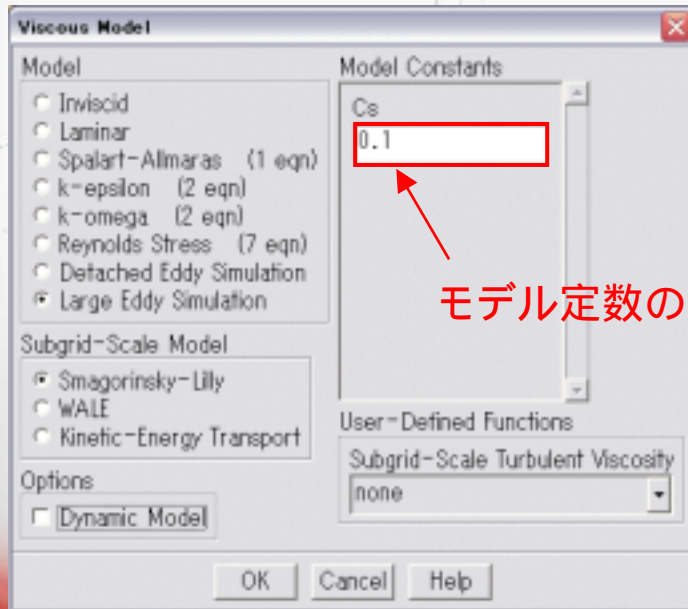
FLUENTでは3つのSGS応力モデルが選択可能

- ◆ Smagorinsky-Lillyモデル(標準、ダイナミックモデル)
- ◆ WALEモデル
- ◆ ダイナミックSGSエネルギー輸送モデル

LES (2)

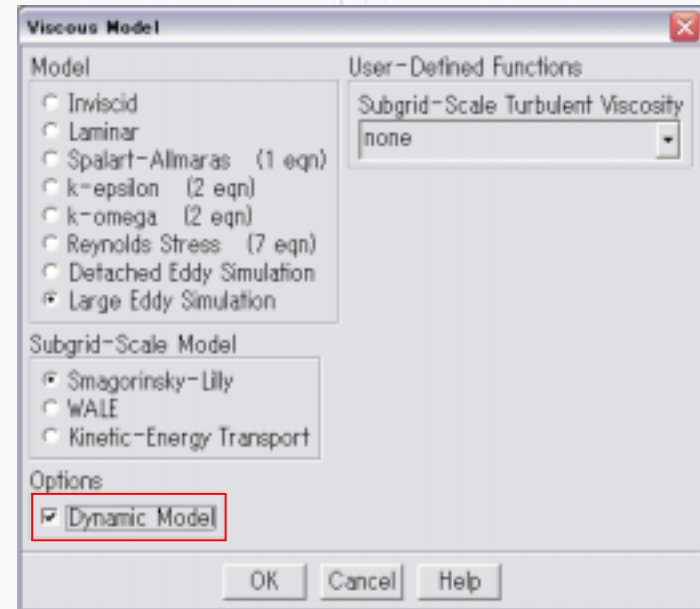
- ◆ Smagorinsky-Lillyモデル(標準、ダイナミックモデル)
 - デフォルトのモデル。
 - 一般にも幅広く適用されており、十分な検証もされている。
 - ダイナミックモデルでは壁面近傍や層流遷移へも対応。

標準モデル



モデル定数の変更可能

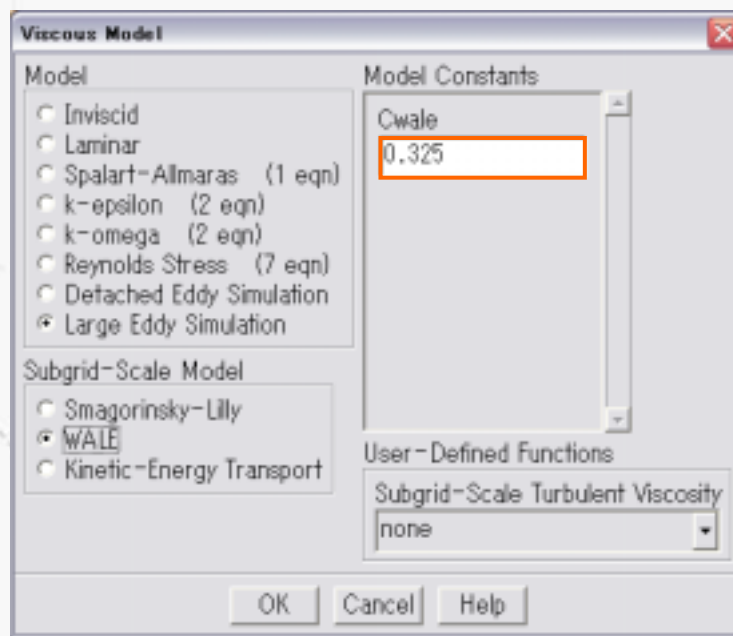
ダイナミックモデル



LES (3)

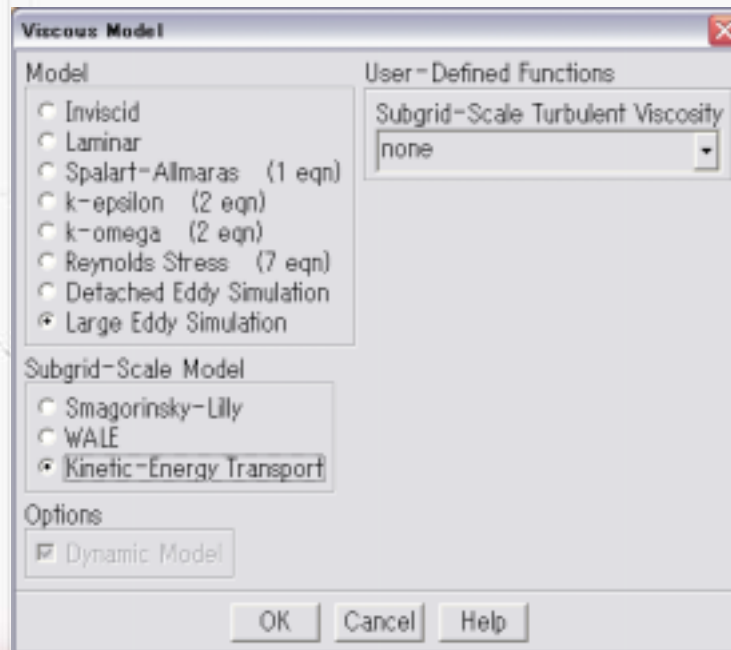
- ◆ WALEモデル

- 壁面効果を反映したモデル。
- 壁面漸近挙動を正しく満たす。 $\nu_{SGS} \rightarrow O(y^3)$



LES (4)

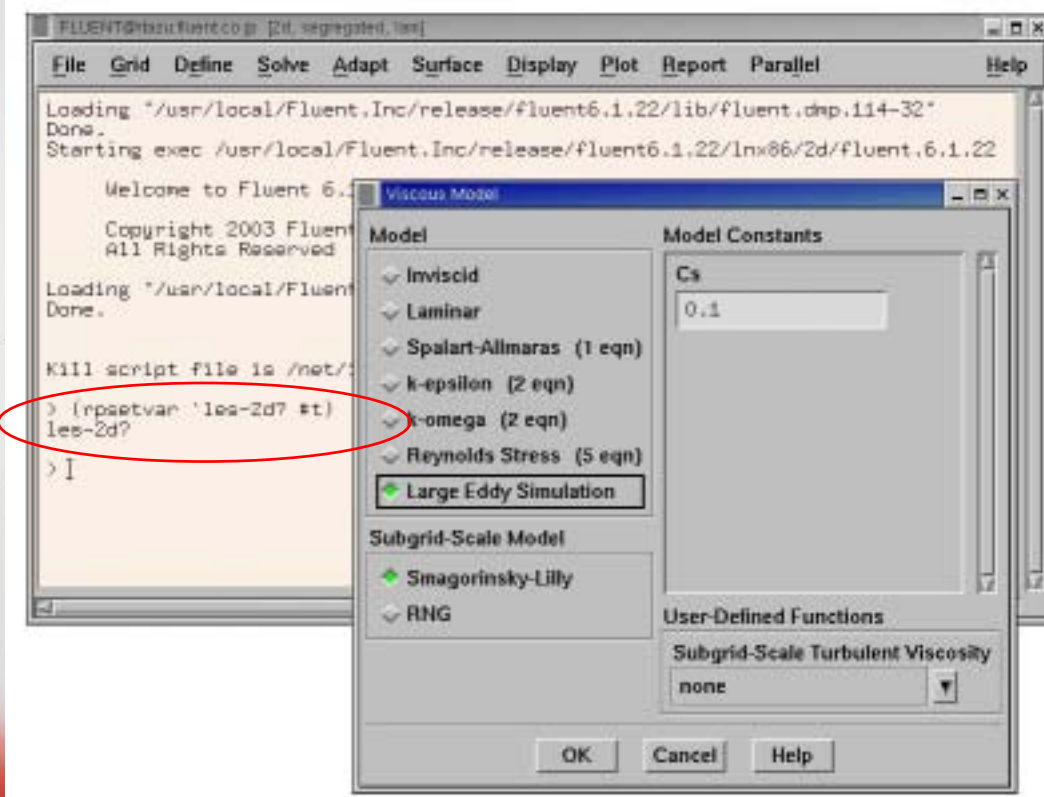
- ◆ ダイナミックSGSエネルギー輸送モデル
 - SGS成分の運動エネルギー輸送方程式を解く1方程式モデル。 → k_{sgs}
 - モデル定数は計算過程で最適化される。 → ダイナミックモデル



LES (5)

Fluentによる2次元LES解析の起動

- ◆ TUIより (rpsetvar 'les-2d? #t) と入力
- ◆ その後GUIから起動可能

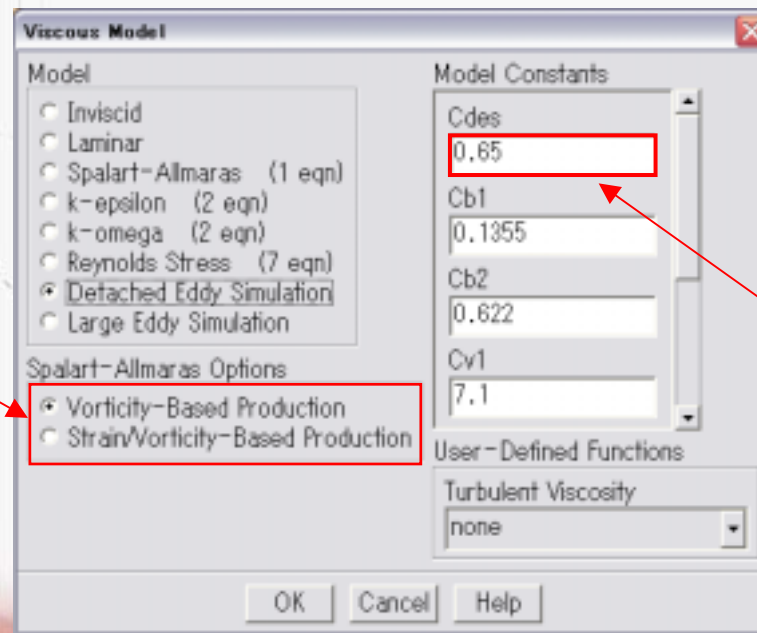


- ◆ 乱流構造は統計的に二次元でも瞬時では三次元で構成 (ex. 渦度成分)

DES

主な特徴

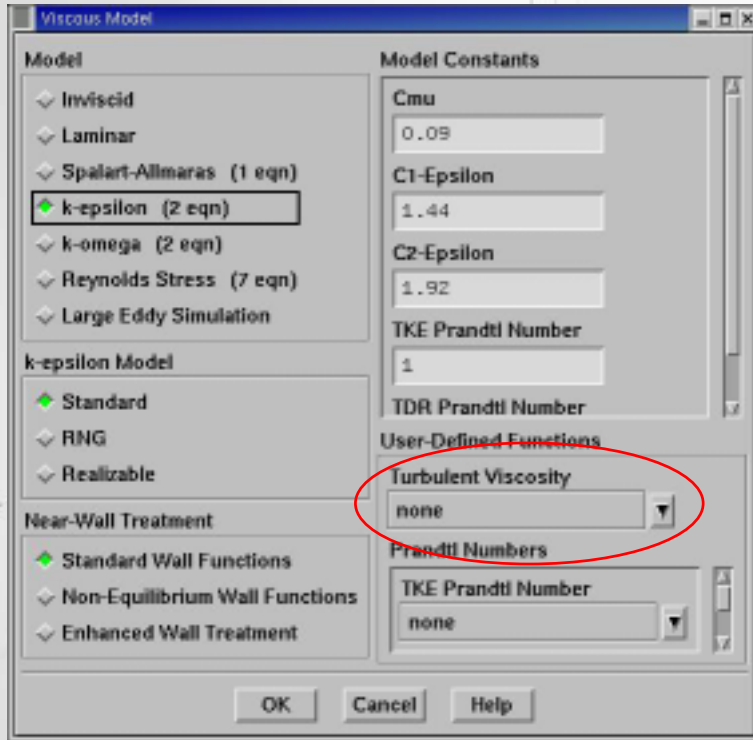
- ・ Spalart-Allmarasモデル(1方程式RANS)の拡張
- ・ 乱流コア: LES、1方程式SGS渦粘性モデル(SAの輸送式)
- ・ 壁近傍: 非定常RANS、1方程式渦粘性モデル(SAモデル)



SAモデルと同様の
オプション

DESのモデル定数

渦粘性のカスタマイズ



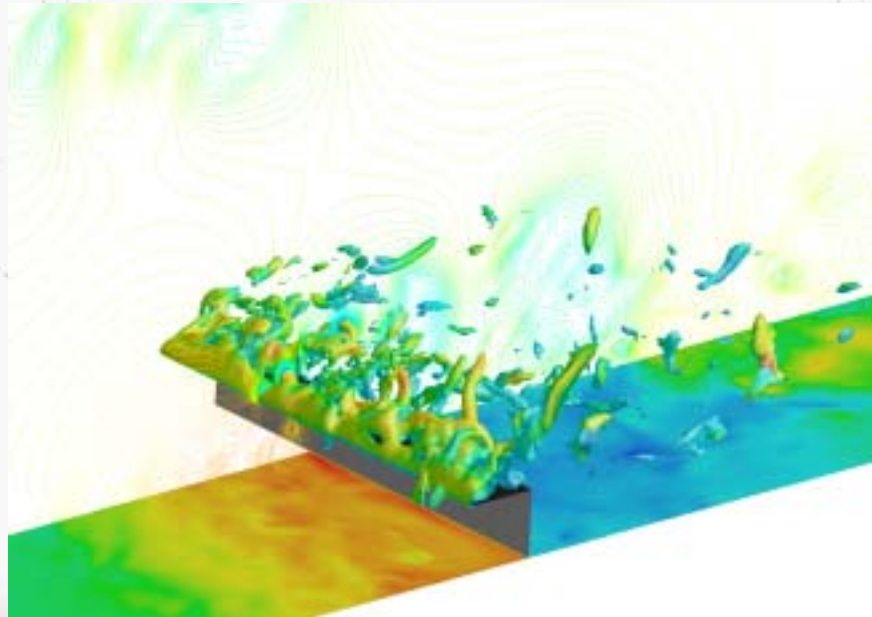
- ◆ あらゆる渦粘性モデルに適用可能
 - ◆ Spalart-Allmaras モデル
 - ◆ k- ϵ モデル
 - ◆ k- ω モデル
 - ◆ LESのサブグリッドスケールモデル

(UDF: ユーザによるカスタマイズ機能)



PART 5

解析事例紹介

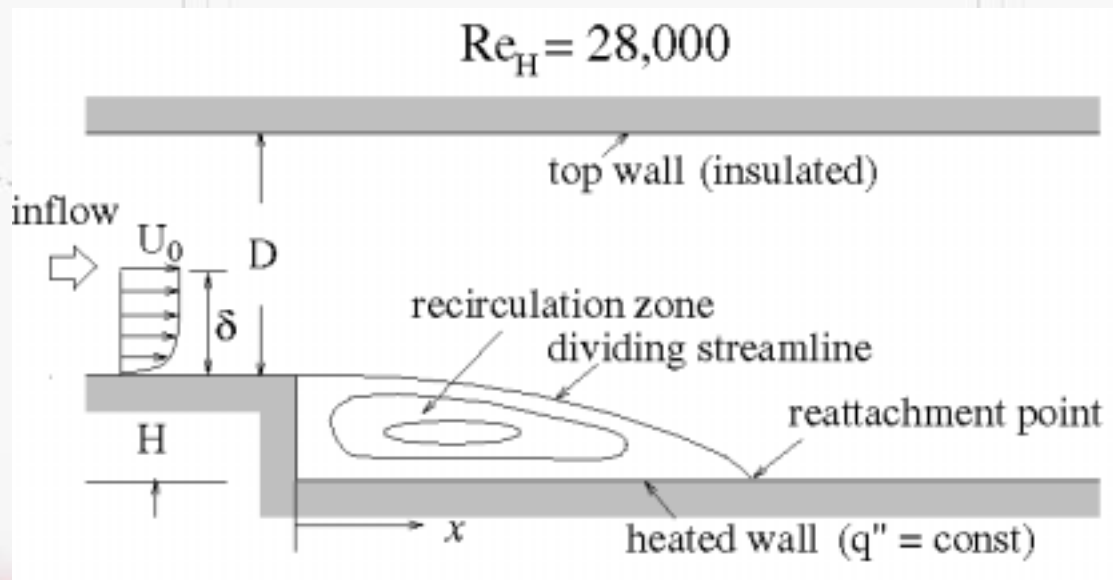


内容

- RANS解析
 - 単純流れ
 - 二次元バックステップ流
 - 非対称ディフューザ
 - 複雑流れ
 - 180度曲がり管内流れ
 - 衝突噴流
- LES解析の解析指針

伝熱を伴う二次元バックステップ流れ

- 底面を熱流束一定の条件で加熱
- Vogel and Eaton (1985)の実測値を元に比較検討
- 乱流モデル: 標準 $k-\epsilon$ 、RNG $k-\epsilon$ 、Realizable $k-\epsilon$
- 壁面境界条件: 標準壁関数



乱流モデル以外の要素

XXXX XXXX XXXX



乱流モデル以外で結果に影響する因子

入口境界条件

格子の解像度、品質(アスペクト比等)

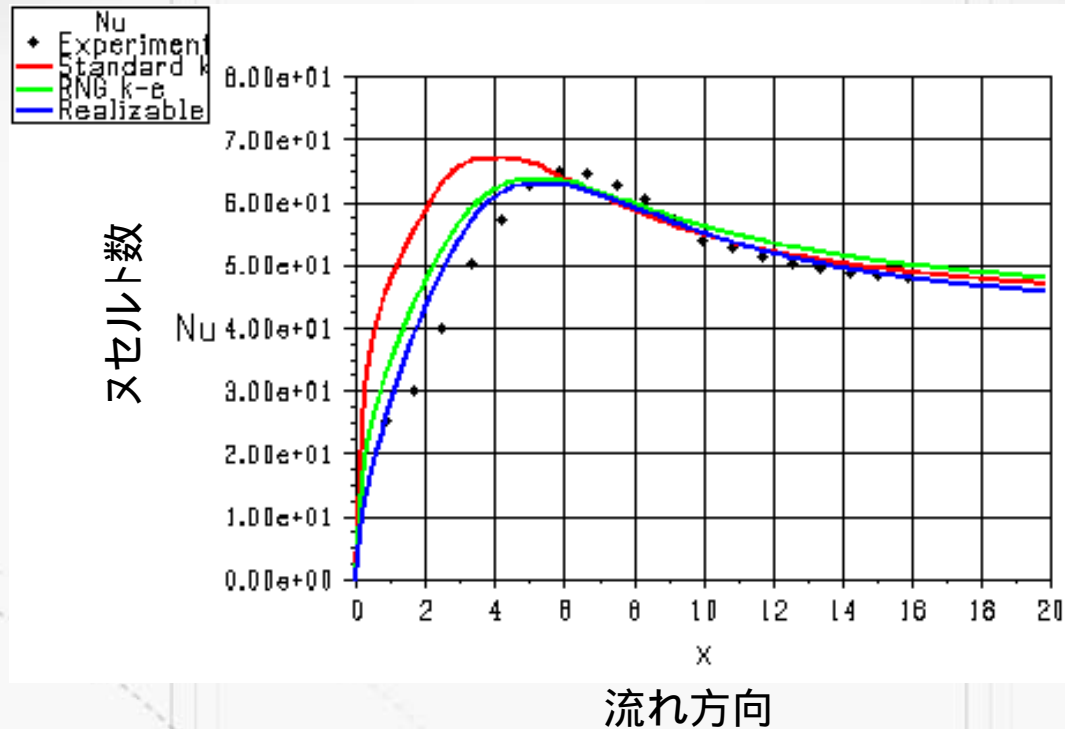
壁面近傍の取り扱い(標準壁関数、非平衡壁関数等)



FLUENT

The Right Answer in CFD

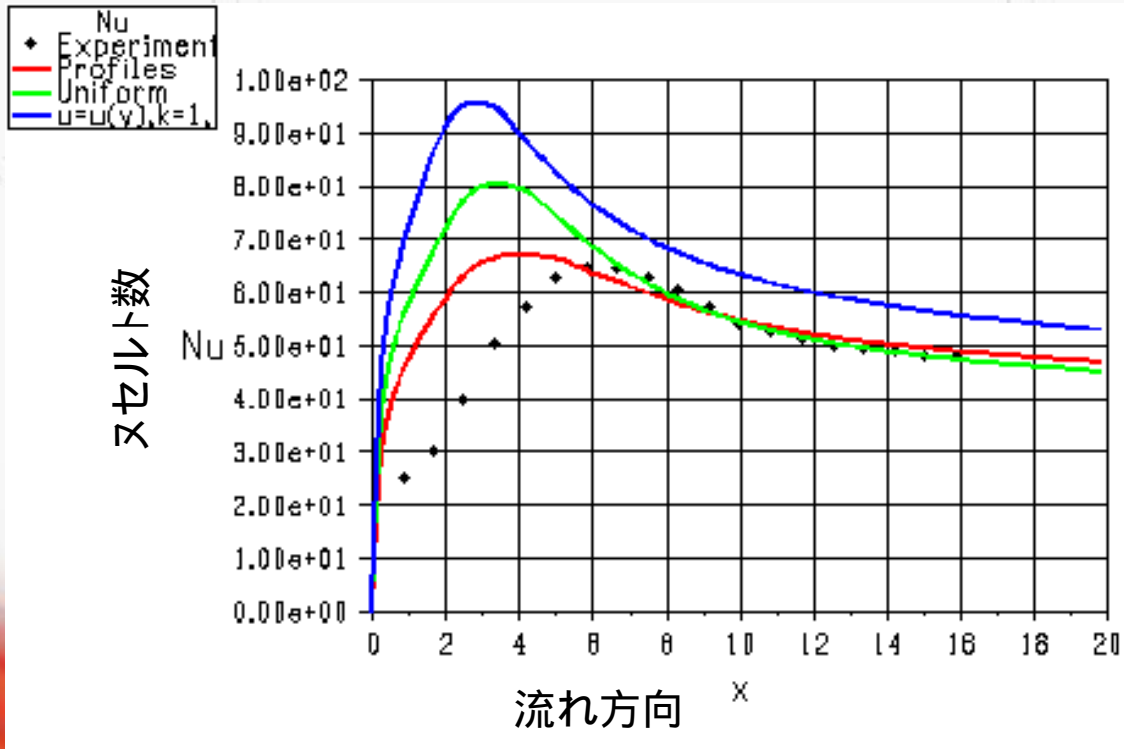
検証：乱流モデルの比較



- 標準 k-ε では剥離域で伝熱量を過大評価
- RNG k-ε、Realizable k-ε ではやや補正されている
- さらなる精度追求には温度場の乱流モデルを検討する必要あり

検証：境界条件(1)

ケース	X-Velocity の境界値	温度の 境界値	乱れ強度の境界値
1	Profile	一定値	Profile
2	一定値	一定値	Intensity Hydraulic Diameter
3	Profile	一定値	$k=1, \epsilon=1$



UENT

The Right Answer in CFD

検証：境界条件(2)



入口境界条件はすべて適切な値を設定する必要あり

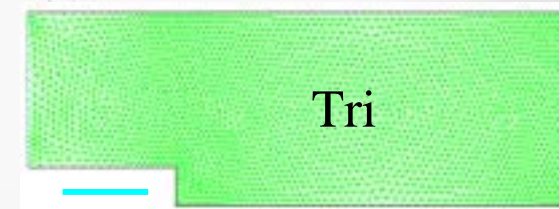
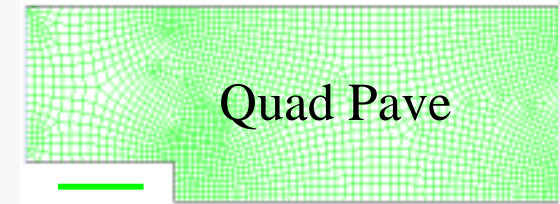
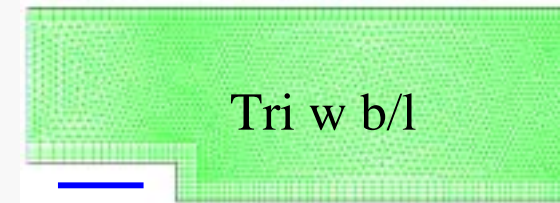
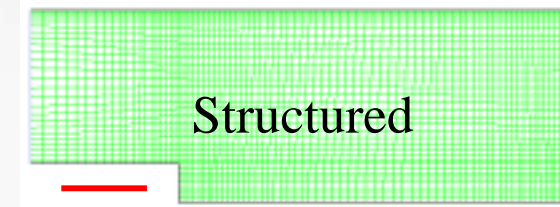
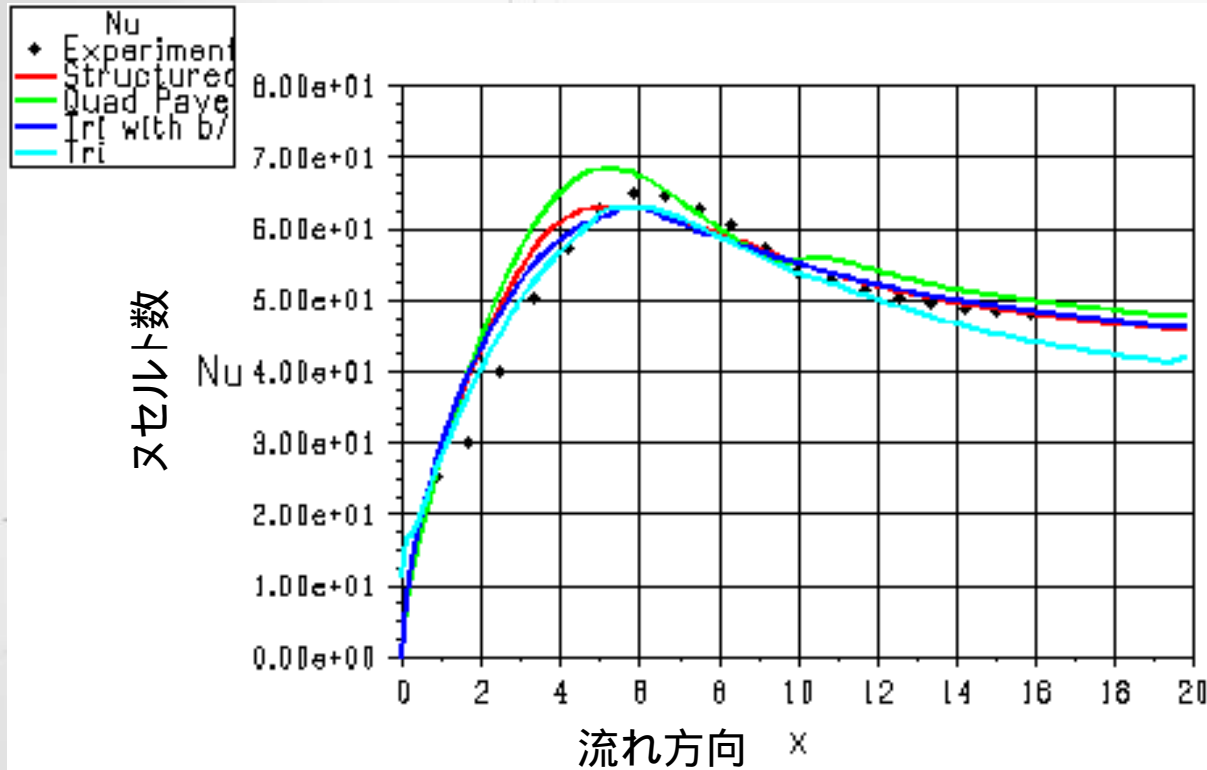
適切な実験データ等が入手不可な場合：

文献等から類似の流れ場を探して適用

壁法則等の普遍則から類推

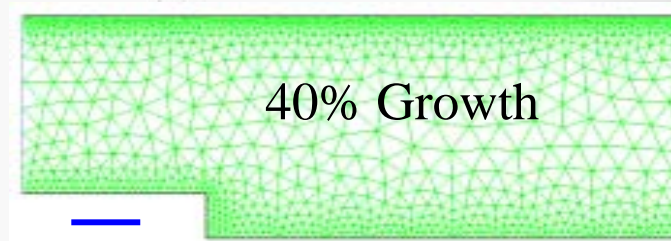
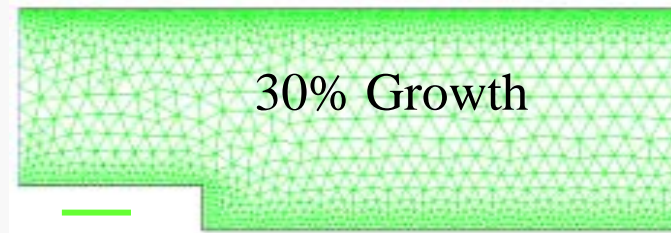
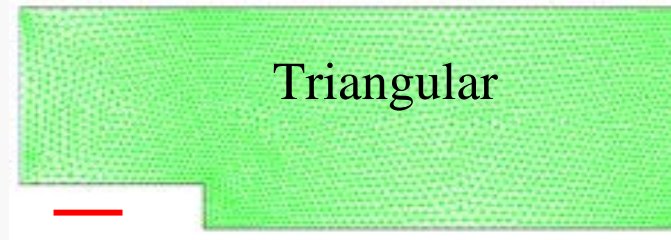
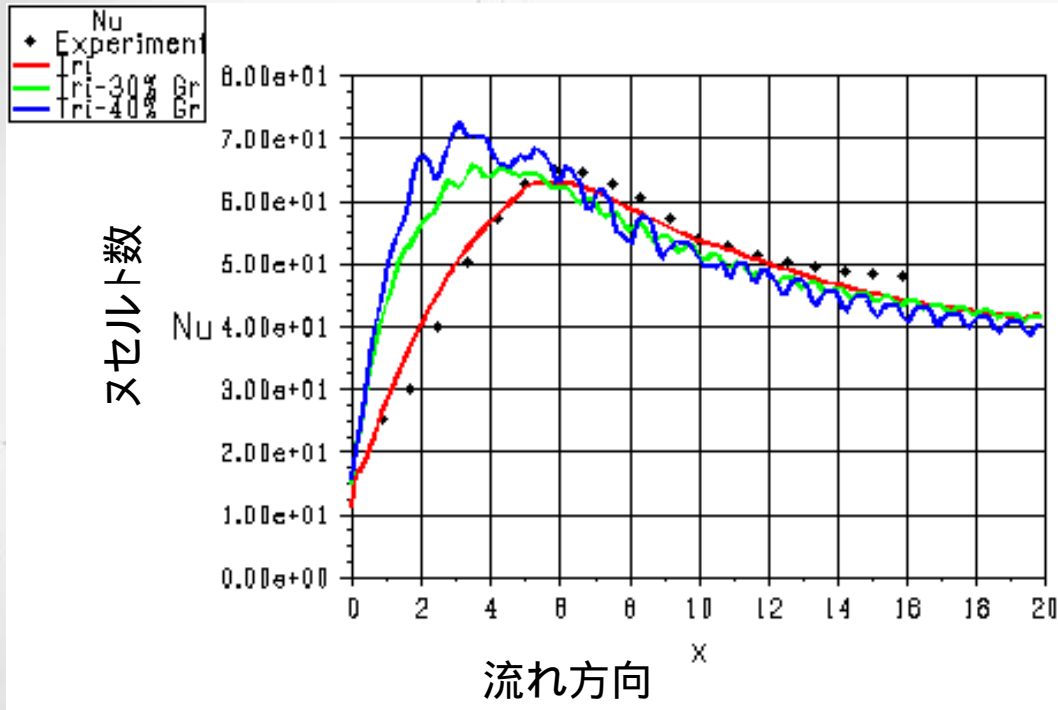
入口境界に単純な流れを適用できるように解析領域を調整

検証：格子依存性(1)

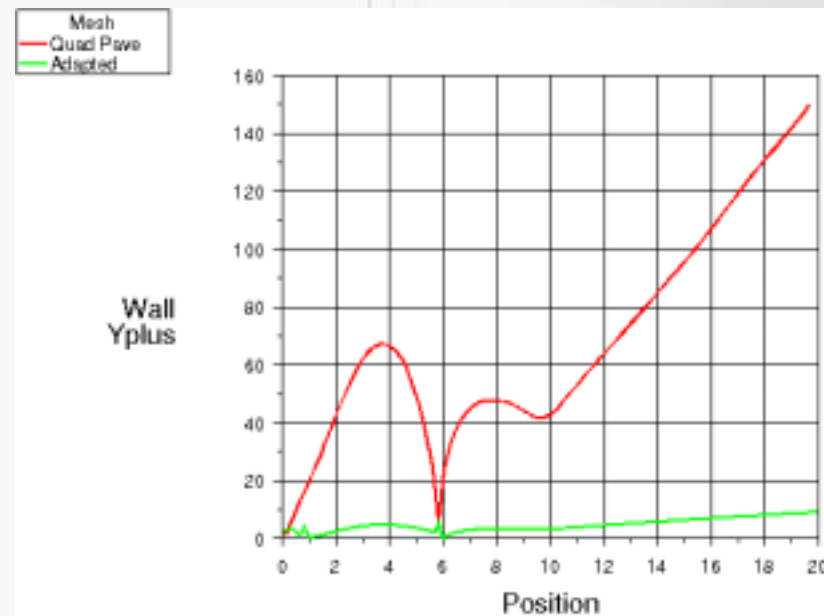
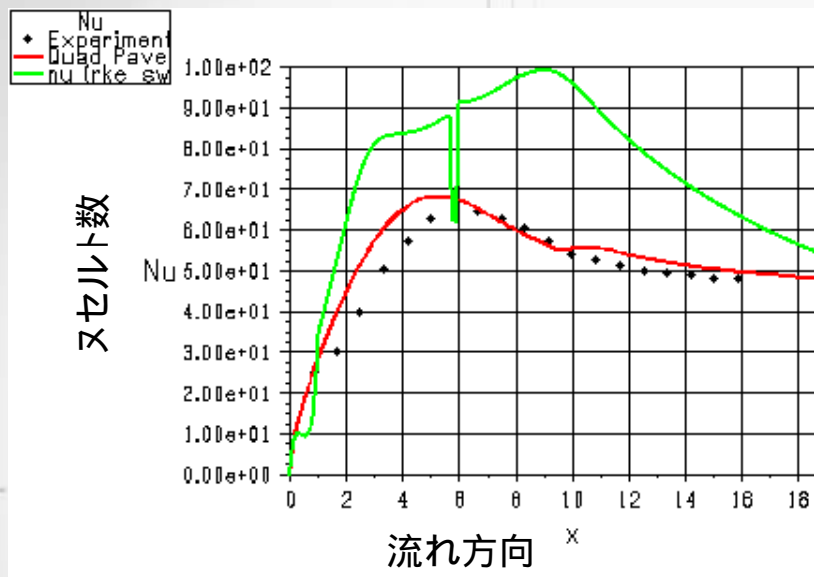


検証：格子依存性(2)

XXXX XXXX XXXX



検証：格子依存性(3)



乱流モデル: Realizable k-
壁面境界: 標準壁関数

検証：格子依存性(4)



剥離等の局所的に変化のある流れでは、乱流モデルの選定以外にも注意を払う必要あり

適切な入口/出口境界条件の設定

- ・ 時間があれば依存性を確認

適切な格子サイズ、分布

- ・ 壁面付近では境界層メッシュの使用
- ・ サイズファンクションでサイズ比を調整
- ・ 壁面境界条件に合わせた格子サイズの設定

Ex. 標準壁関数 : $30 < y^+ < 300$

検証結果

XXXX XXXXX XXXXX



乱流モデル: 一般的に流れの複雑さに伴い標準、RNG、Realizable k- の順で精度が向上

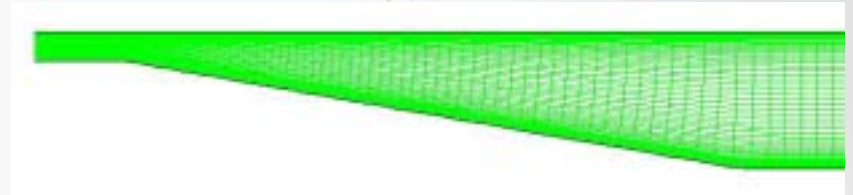
入口境界条件: 文献等を参照して適切な値を設定(FLUENTではデフォルトで $k=1$ 、 $\omega=1$ となっているため注意が必要)

格子サイズ: 流れ場の変化、壁面境界条件に応じて適切なサイズで作成

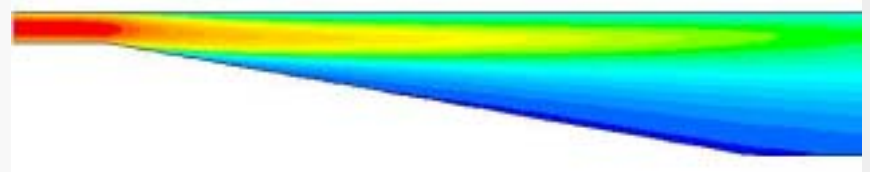
非対称ディフューザ



- $Re_h = 20,000$
- Buice & Eaton (1997)の実験値と比較
- 格子数: 8,000
- 格子タイプ: 構造格子
- 乱流モデル: Realizable k-SST k-v2-f



計算格子



主流方向の平均速度

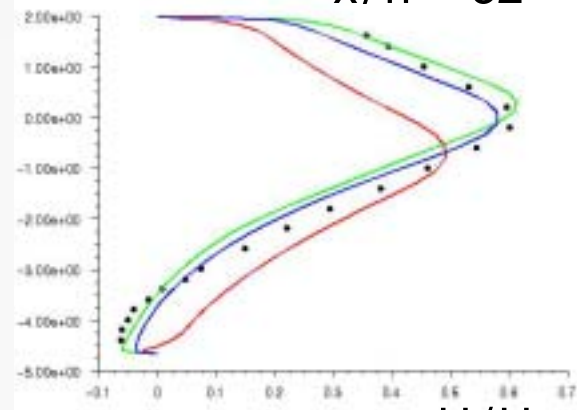
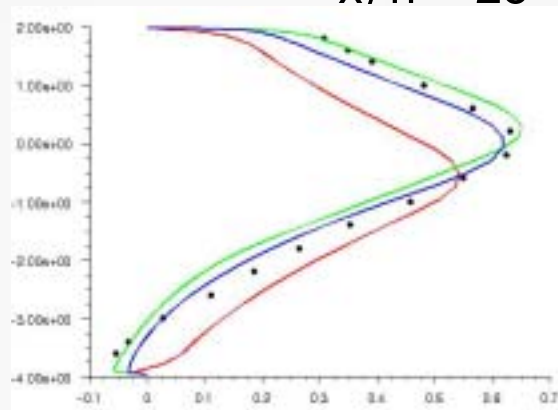
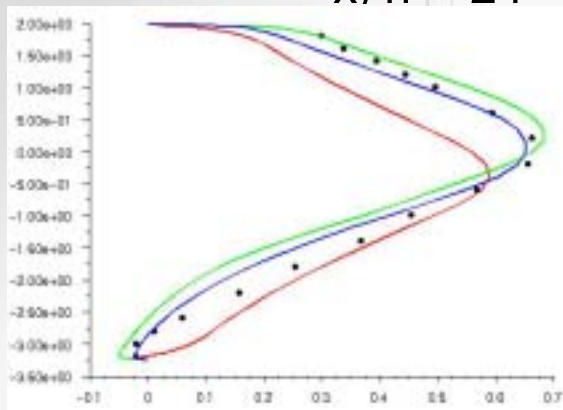
検証：平均速度、乱流エネルギー分布

$x/h = 24$

$x/h = 28$

$x/h = 32$

y/h

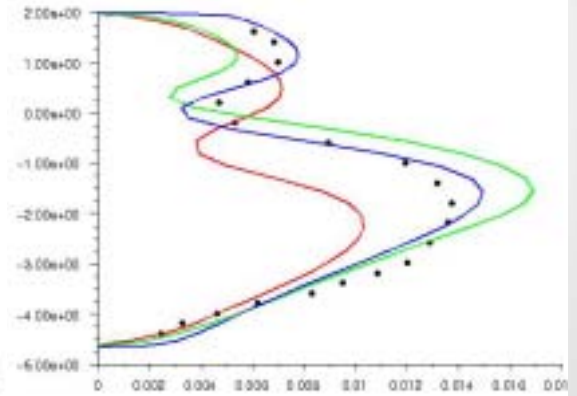
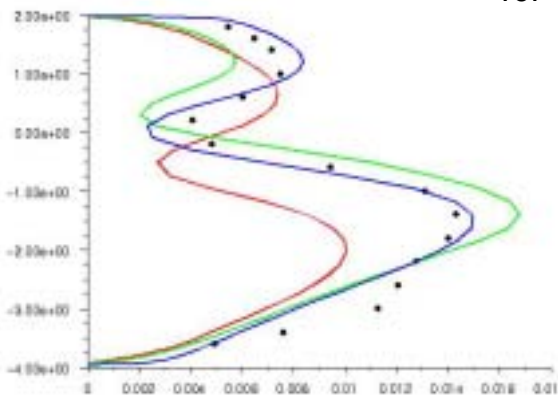
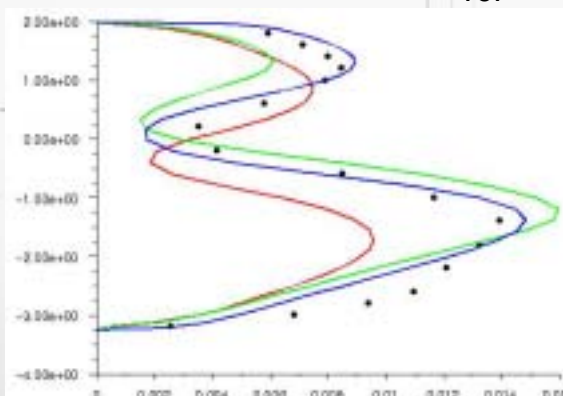


U/U_{ref}

U/U_{ref}

U/U_{ref}

y/h



k/U_{ref}^2

k/U_{ref}^2

k/U_{ref}^2

- Experiments — Realizable k- — SST k- — v2-f



検証結果

XXXX XXXXX XXXXX



予測精度に差がある主な要因:

- Realizable k- モデルでは圧力勾配の影響がうまく再現されていない
- SST k- モデルは圧力勾配流れでも効果を発揮している
- ν^2 -fモデルは壁乱流に特化して構築されており、効果を発揮するケースがあり

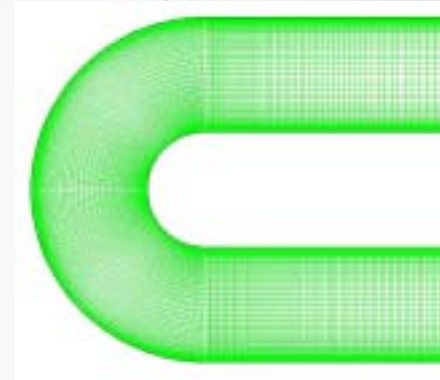


FLUENT

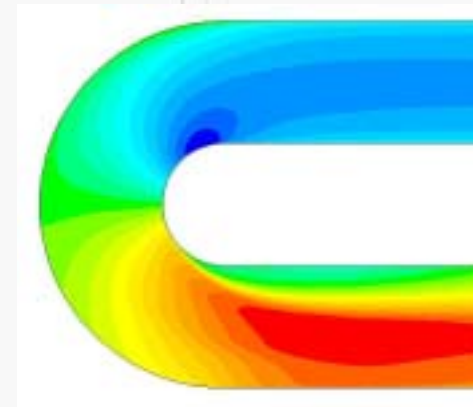
The Right Answer in CFD

180度曲がり管内流れ

- $Re_h = 10^5$
- Monson et al. (1989)の実測値と比較
- 格子数: 38,000
- 格子タイプ: 構造格子
- 乱流モデル: SA
標準 k-
RNG k-
RSM



計算格子



主流方向平均速度

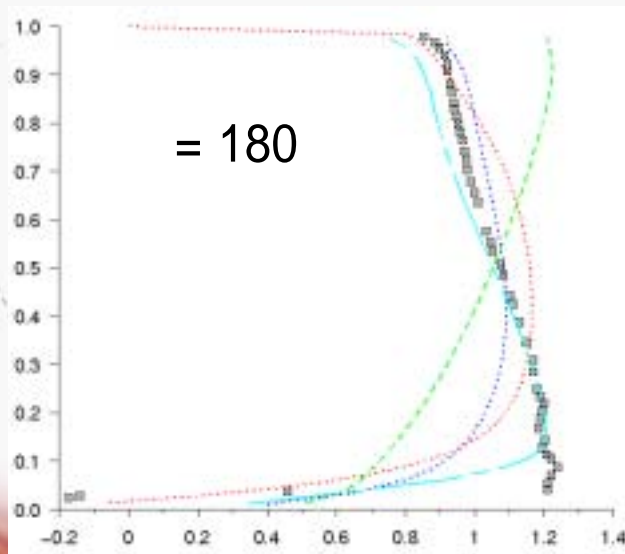
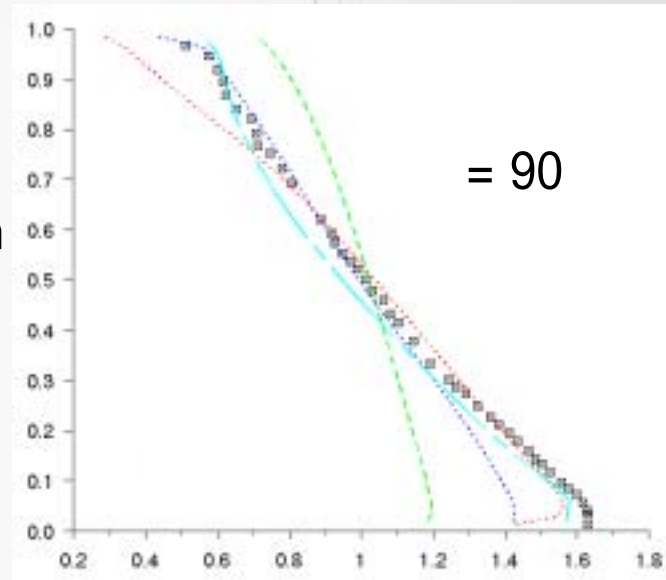
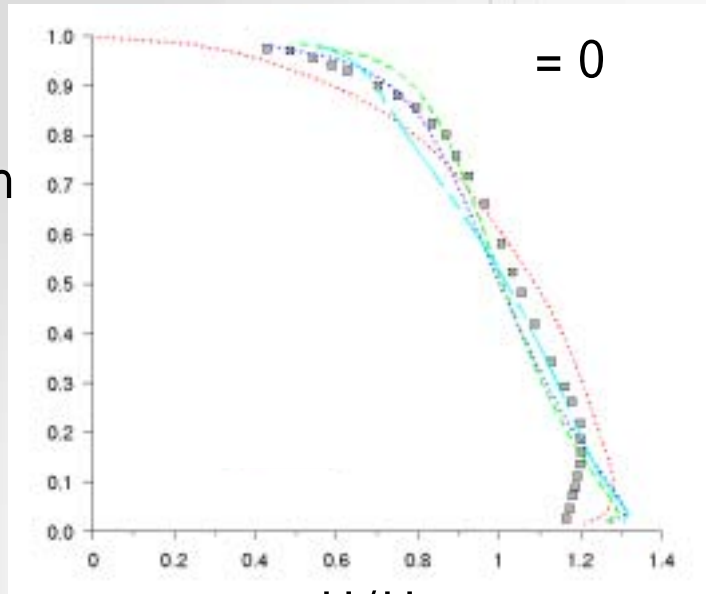


FLUENT

The Right Answer in CFD

検証：乱流モデル比較(1)

XXXX XXXX XXXX

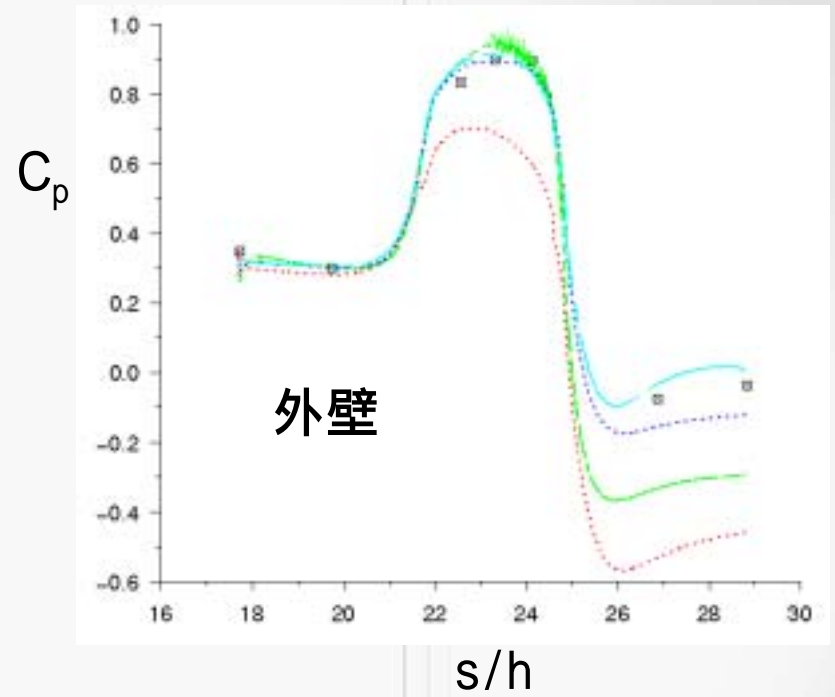
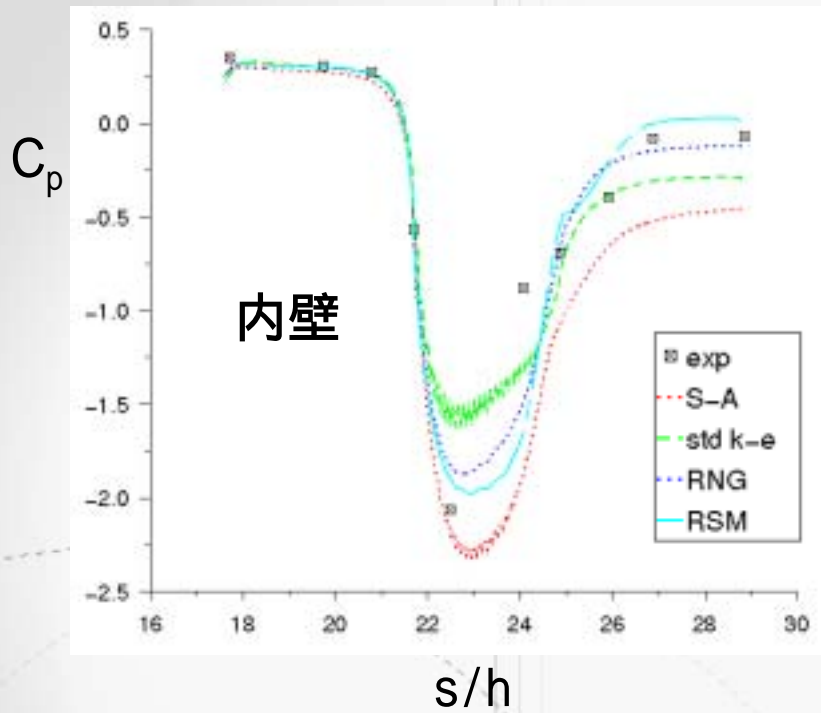


- exp
- S-A
- std k-e
- RNG
- RSM



検証：乱流モデル比較(2)

XXXX XXXX XXXX

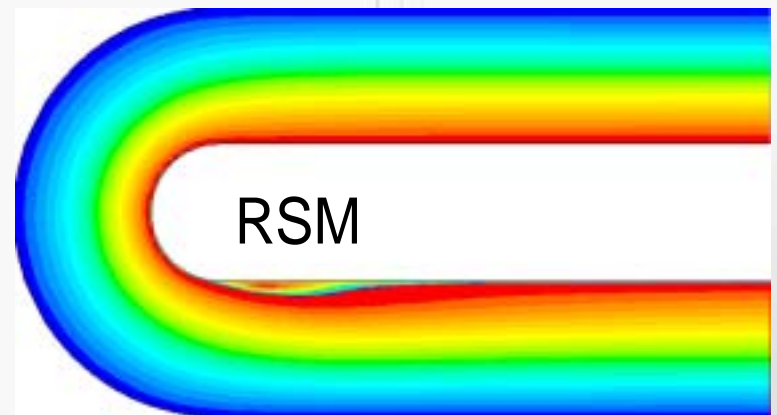
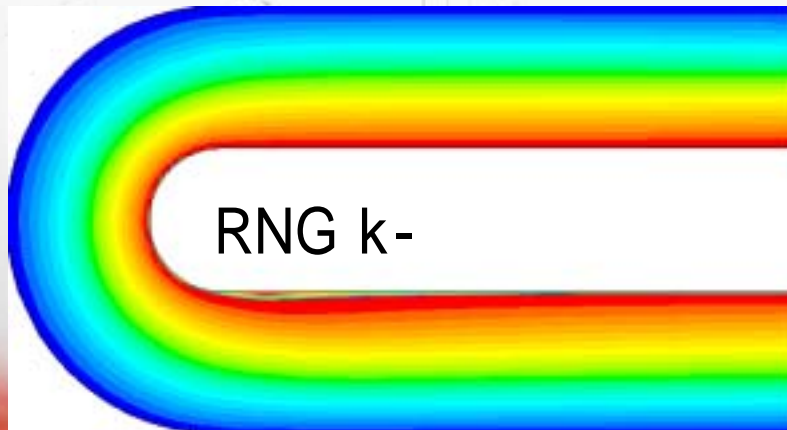
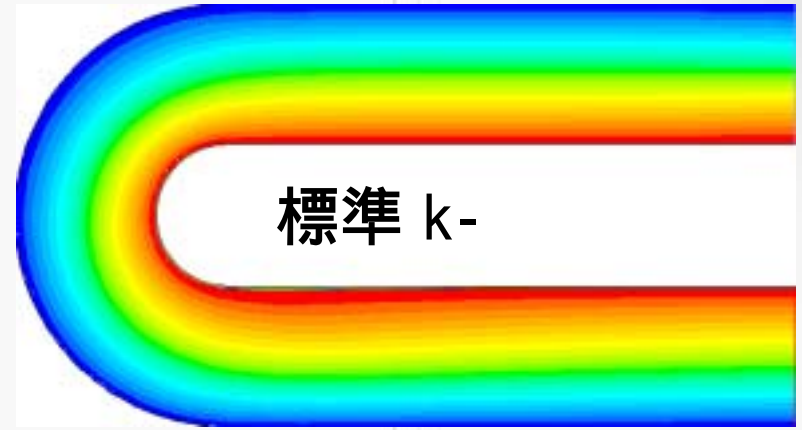


検証：乱流モデル比較(3)

XXXX XXXX XXXX



流線分布



検証結果



- RSMの予測精度が最も良い(渦粘性近似では限界あり)
- RNG k- モデルの精度が渦粘性型では良好
- 標準 k- モデルでは流れの剥離が再現出来ない
- Spalart-Allmaras モデルが剥離を定性的に再現

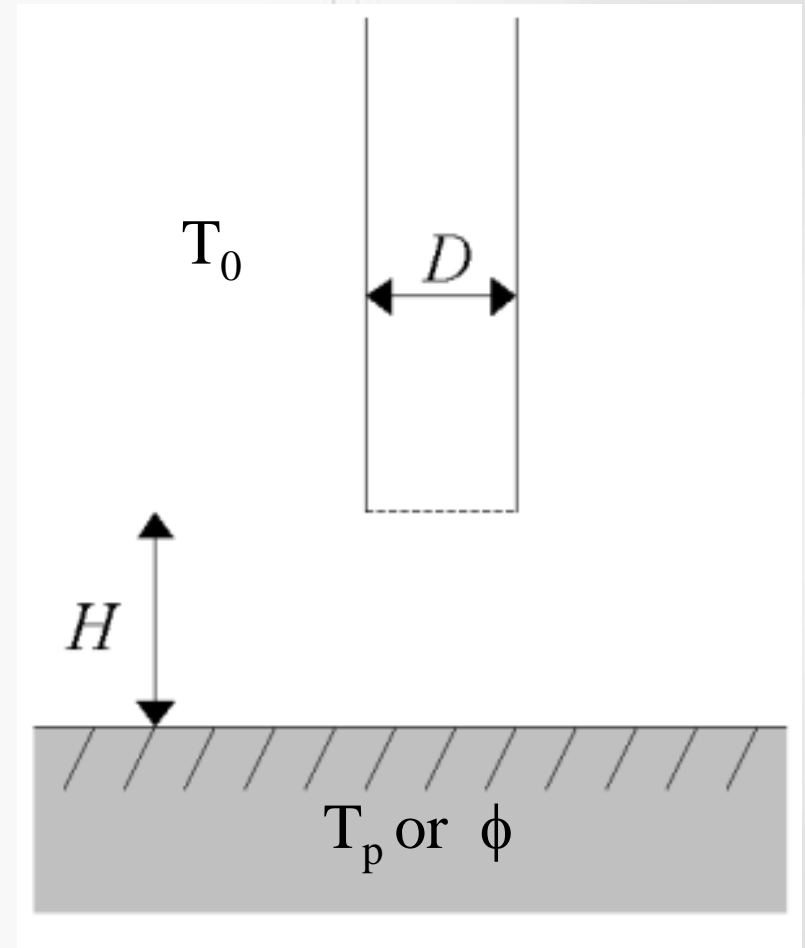
熱移動を伴う衝突噴流

無次元パラメータ

- ・ 寸法比 H/D
- ・ レイノルズ数 Re
- ・ プラントル数 Pr

検討するパラメータ

- ・ 局所熱伝達率: $h(x) = \dots / (T_p - T_0)$
- ・ 局所ヌセルト数: $Nu = h(x)L / l_f$



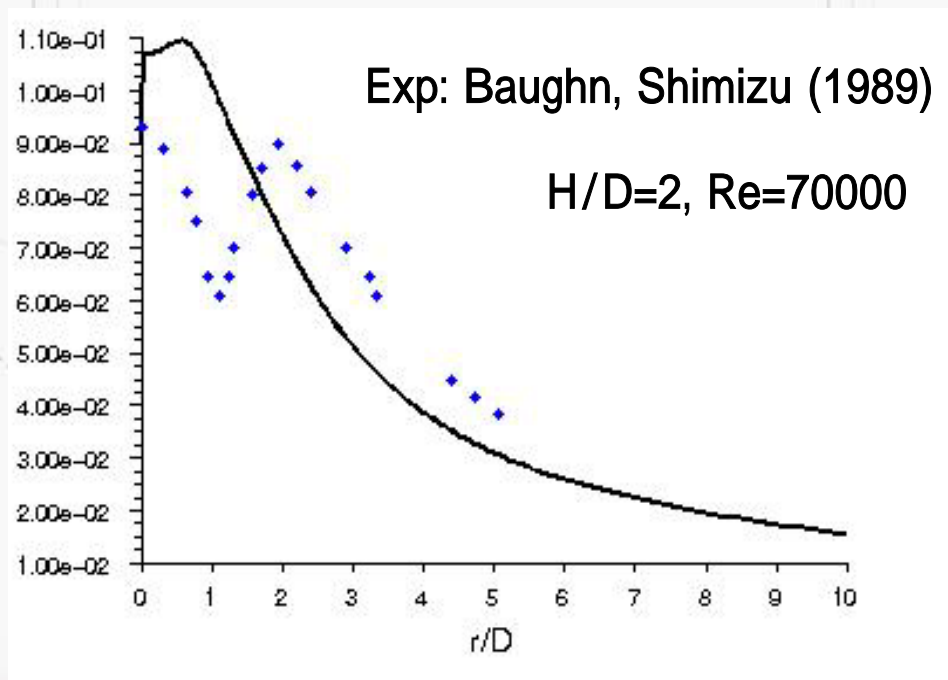
流れ場の特徴

解析上の課題

Ex: 標準 k- モデルの結果:

- ・ よどみ点近傍でのヌセルト数過大評価 (30% - 80%)
- ・ 最大ヌセルト数の位置が正しく予測出来ない

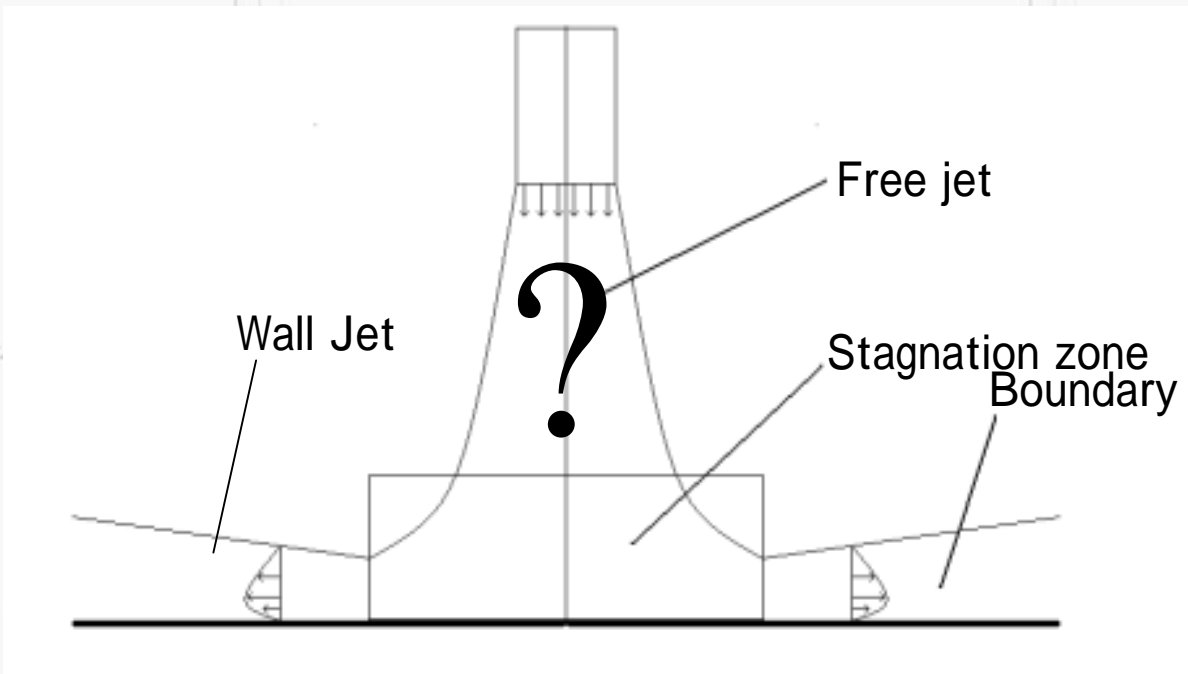
$$Nu^* = Nu / Re^{0.7}$$





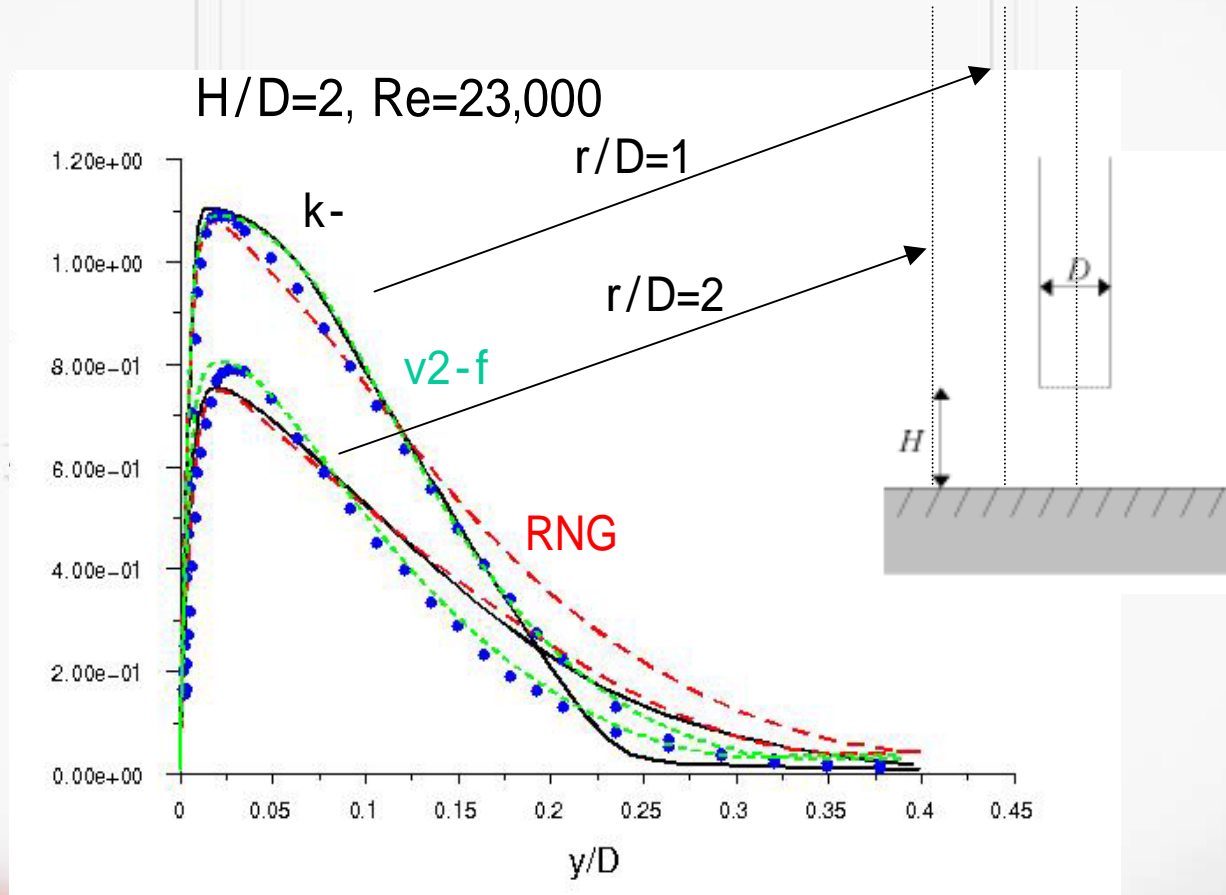
解析上の課題: 複雑乱流

自由乱流、よどみ点、遷移流、境界層流れ、主流の曲率変化



検証：乱流モデル比較(1)

平均速度分布



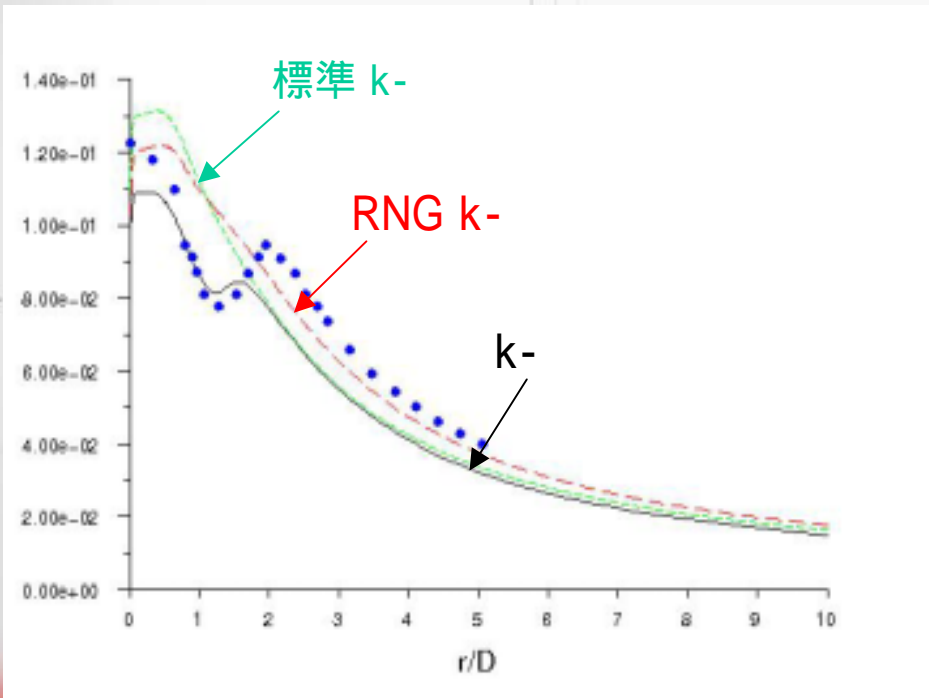
検証: 乱流モデル比較(2)

XXXX XXXXX XXXXX

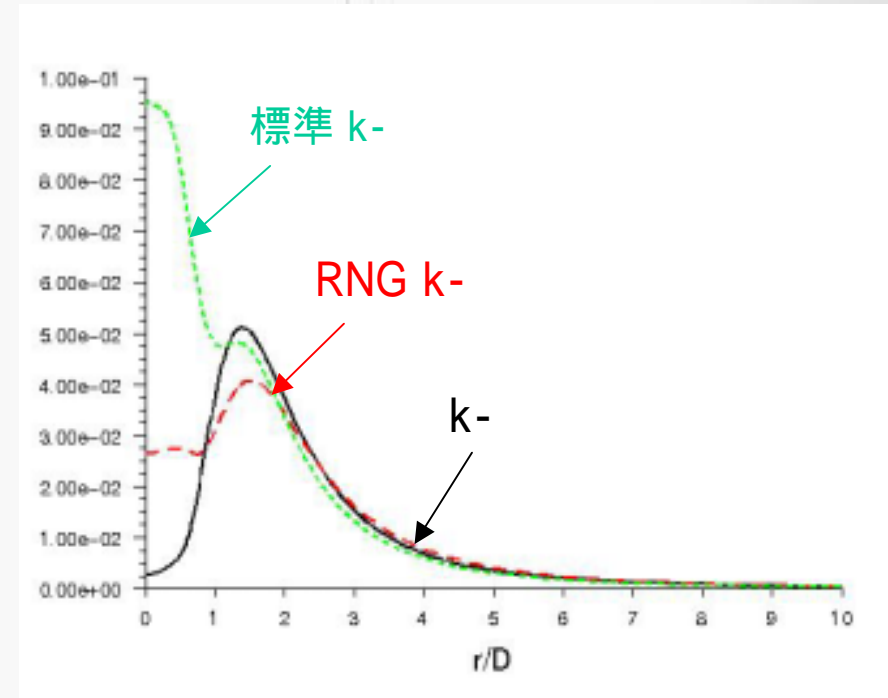


$H/D=2, Re=23,000$

ヌセルト数分布



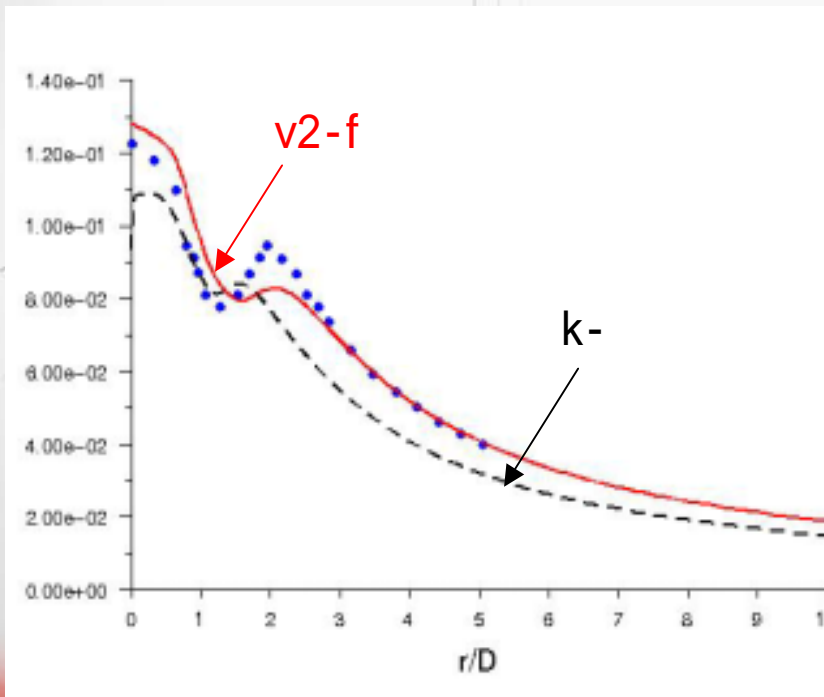
乱流エネルギー分布



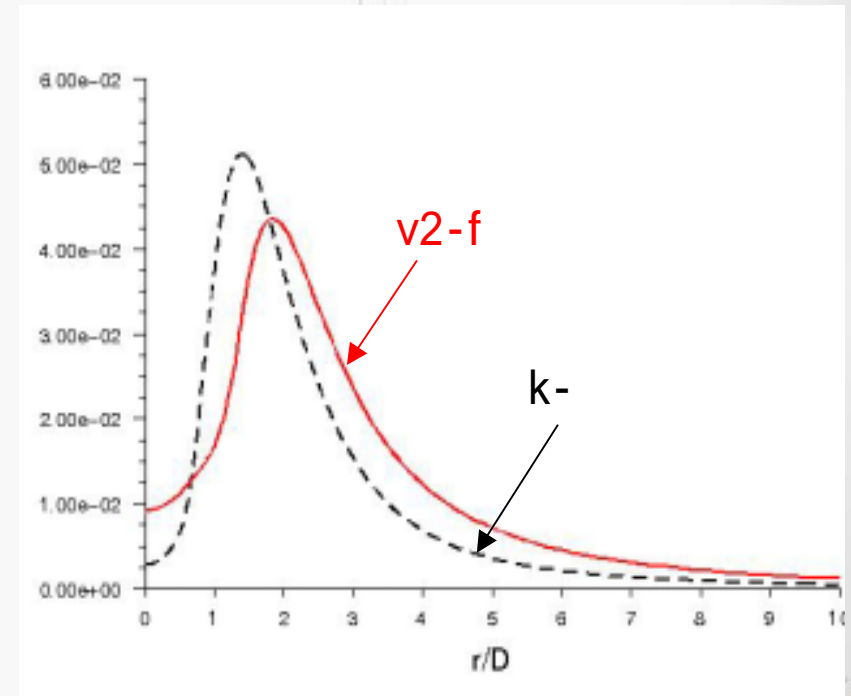
検証：乱流モデル比較(3)

$H/D=2$, $Re=23,000$

ヌセルト数



乱流エネルギー分布





淀み点近傍($r < 2D$)

$H/D=2$, $Re=23000$

標準 k-モデル

伝熱量を過大評価 (最大80%)

衝突域での乱流エネルギーを過大評価

標準 k-モデル

伝熱量の予測: 25%程度のずれ

乱流エネルギーは定性的にピークを予測

v2-f:

最も予測精度が良い (衝突噴流の伝熱では定評有り)



FLUENT

The Right Answer in CFD

まとめ

XXXX XXXXX XXXXX



乱流モデルの予測精度

一般論として、方程式の数が多いほど流れ場の情報を多く反映する為、予測精度も向上する。

個々のモデルにより例外の流れ場もあり。

k- ϵ モデルとk- ω モデルの特徴

との違いより、むしろモデル提案者の着目により

- ・ k- ϵ モデル：主流が曲率を持つような回転流でも有効(標準タイプ以外)。
- ・ k- ω モデル：剥離を伴う逆圧力勾配流れ等で有効。

その他要因

入口境界条件：適切な値を導入。

壁面境界条件：格子サイズとともに適切な条件を設定。

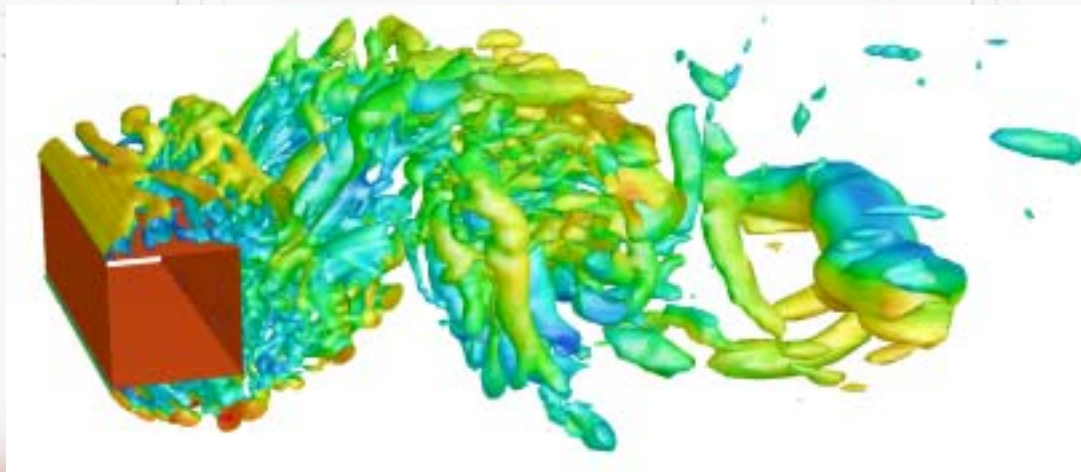
格子分布：流れ場の特徴を捉えるサイズ、分布にする。

LES解析事例(1)



- 主流自体が不安定な流れではRANSよりLESが有効
- 高速走行中の自動車操作性評価
- 船の揺れに対する安定性評価
- 建造物(ビル、橋)にかかる最大応力、モーメント評価

LESによる鈍体周り流れ解析



LES解析事例(2)

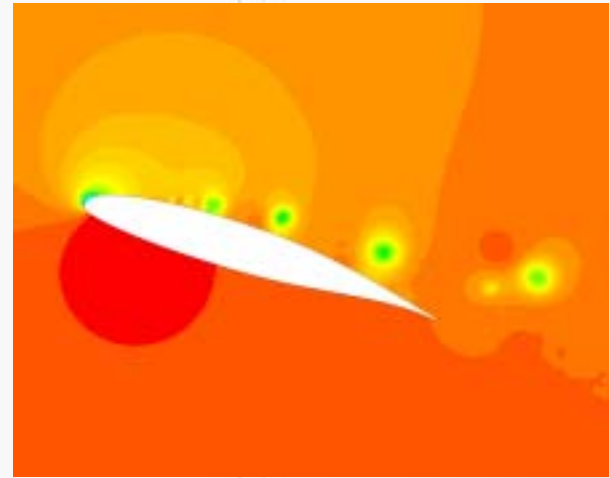


- URANS (Unsteady RANS)では適切な乱流モデルを用いてある程度の非定常性も予測可能
- URANSでは時間スケールの小さな渦を予測するのは困難

URANS (SST k- model)

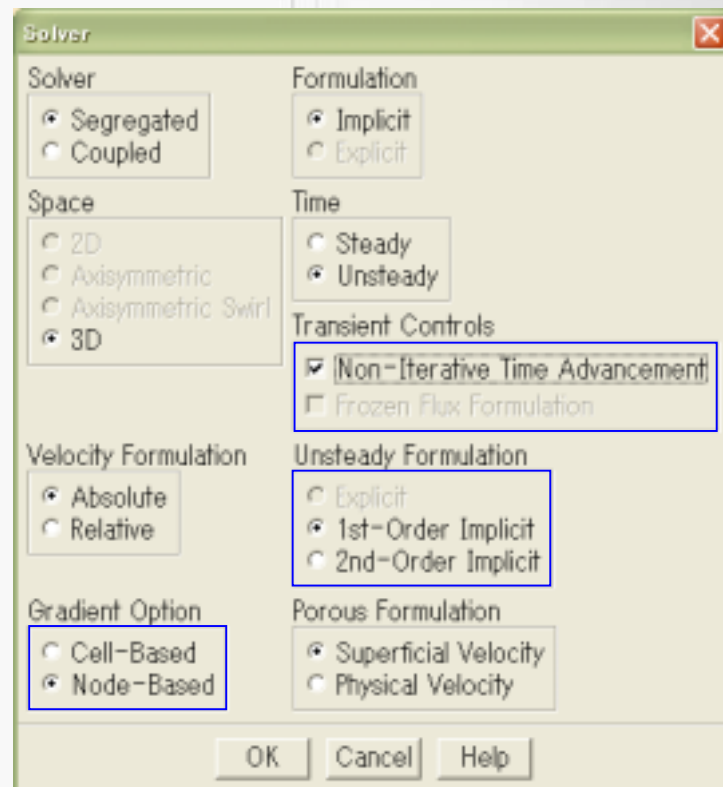


LES



LESの解析指針(1)

- ◆ 格子生成
 - ◆ 基本的に六面体格子 (hex mesh) を使用
 - ◆ 壁面等の局所的に解像度が必要な領域は細かく設定
- ◆ ソルバー設定
 - ◆ 時間は二次精度 (LES選択時に自動で設定)
 - ◆ 非構造格子ではノードベースの勾配を推奨
 - ◆ 流れ場によりNITAスキームも検討



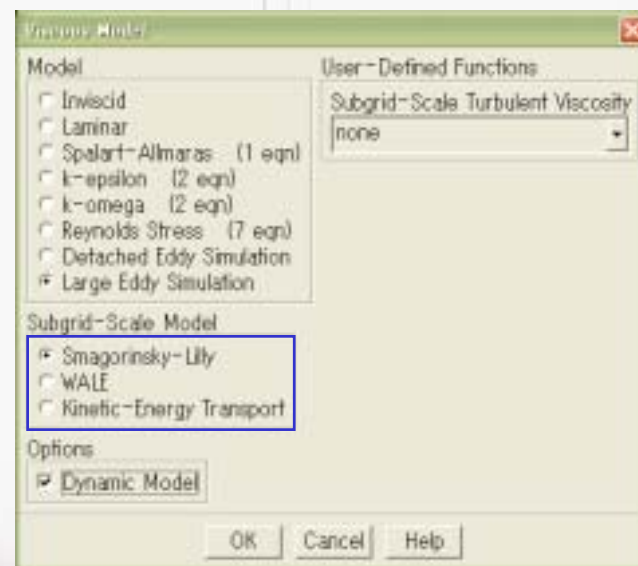
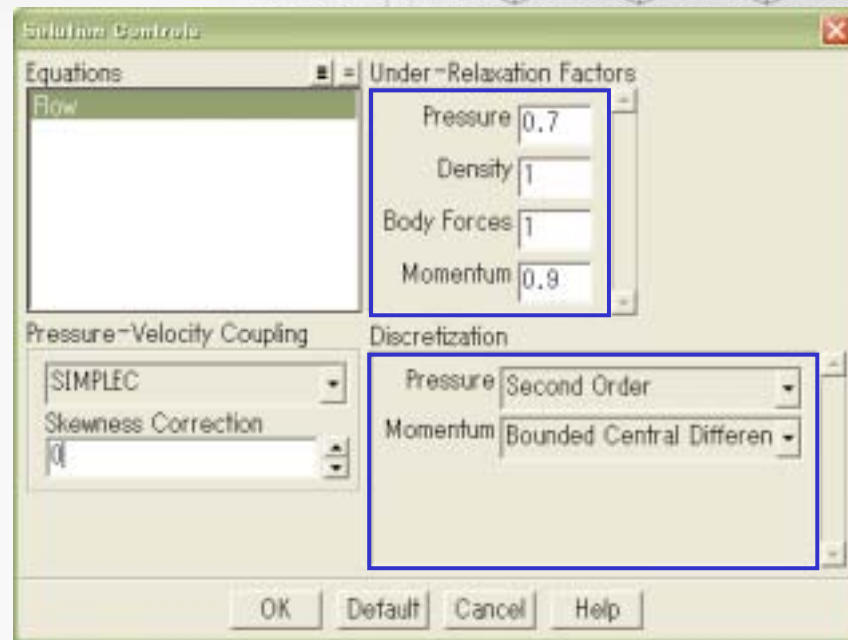
LESの解析指針(2)

◆ 計算パラメータ

- ◆ 運動量にはBCDを設定
- ◆ 他スカラー量はQUICK等の高次風上スキームでも可
- ◆ SIMPLECを使用し、運動量、圧力の緩和係数を0.9まで上げる

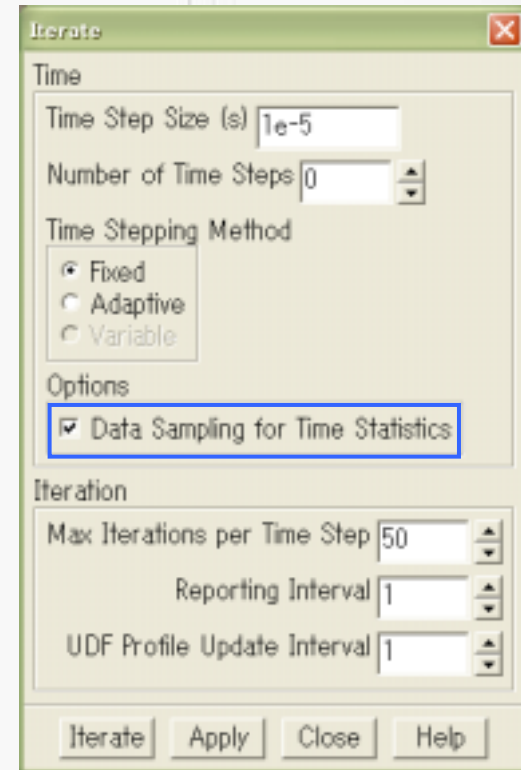
◆ Subgrid-Scale モデル

- ◆ 通常はダイナミックSmagorinsky model を選択
- ◆ 高レイノルズ流れであればDESも選択肢とする



LESの解析指針(3)

- ◆ 定常RANSを実行し初期値とする
(収束後、TUI: solve/initialize/init-instantaneous-vel と入力して初期乱れを設定)
- ◆ 代表速度、最小格子サイズから時間ステップを決める(CFL条件)
- ◆ 領域全体の代表値(力/モーメント等)と局所的な値(速度、圧力等)のモニターを設定
- ◆ 必要に応じてファイルの自動保存を設定
- ◆ 各モニター値判定で流れが発達するまで解析を実行
- ◆ 流れが十分発達したら統計量のサンプリングを設定
- ◆ サンプル数を設定して解析を実行
- ◆ 各種統計量をポスト処理する





日 時: 2006年6月24日(土) 15:00 ~

場 所: 電気通信大学 東4号館802号会議室

地 図: <http://www.uec.ac.jp/acc/campusnai.html>

交 通: <http://www.uec.ac.jp/acc/map.html>

